تمارين في 379 ريض (مجموعة 1)

1. أثبت أن $|x|-|y| \le |x-y|$ ، لكل $x, y \in IR^2$.

2. ليكن المستقيم $l = P+[v] = Q+[w]$. أوجد العلاقات التي تربط بين Q, P, w, v .

3. إذا كانت $0<t<1$ و $X=(1-t)P+tQ$ بحيث $P \ne Q$ ، أثبت أن

$$\frac{d(P,X)}{d(X,Q)} = \frac{|P-X|}{|X-Q|} = \frac{t}{(1-t)}$$

ثم استخدم هذا لإيجاد النقطة X التي تقسم القطعة المستقيمة PQ حسب النسبة $\frac{r}{s}$. وضح ذلك عندما

$Q=(8,4),\ P=(-3,5),\ s=3,\ r=2$.

4. ليكن v متجه غير صفري . أثبت أنه يوجد متجها وحدة متناسبين مع v .

5. أوجد زوج متعامد عياري لـ IR^2 أحد عناصره يكون متناسبا مع v .

6. (i) أوجد كل متجهات الوحدة الناظمية للمستقيمالذي معادلته $3x+2y+10=0$.

(ii)أوجد كل متجهات الوحدة الإتجاهية للمستقيمالذي معادلته $3x+2y+10=0$.

(iii) أوجد معادلة المستقيم$l=P+[v]$ ، حيث $P=(5,2)$, $v=\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$.

7. إذا كان $v=(v_1,v_2)$ متجه اتجاه للمستقيم l بحيث $v_1 \ne 0$ فإن العدد $\alpha=\frac{v_2}{v_1}$ يسمى ميل l .

(i) أثبت أن α حسن التعريف .

(ii) أثبت أنه إذا كان l مستقيما ميله α فإن $v=(1,\alpha)$ متجه اتجاه لـ l .

(iii) أثبت أن معادلة المستقيم الذي ميله α ويمر بالنقطة $P=(x_1,y_1)$ هي $y-y_1=\alpha(x-x_1)$

8. ليكن المستقيمان$l=P+[v]$ و $m=Q+[w]$ ، حيث $v=(v_1,v_2)$ و $w=(w_1,w_2)$.إذا كان l و m يتقاطعان في نقطة F أثبت أن $F=(P-Q)\begin{pmatrix} v_1 & w_1 \\ v_2 & w_2 \end{pmatrix}^{-1}$.

9. ليكن$l=P+[v]$ و $m=Q+[w]$ مستقيمين متوازيين ، وليكن

$n=\left\{\frac{1}{2}(X+Y): X\in l,\ Y\in m\right\}$. أثبت أن n مستقيما موازيا لكل من l و m وأن $d(l,n)=d(m,n)$.

10. أثبت المبرهنات 12 ، 14 ، 15 ، 16 ، 17 .