التجارب التي اثبتت موجات الإلكترن

حيود الأشعة السينية Diffraction of waves (x-ray)

اكتشفت الخاصية الموجية للإلكترونات في عام 1927 من خلال التجربة التي أجراها دافيسون وجيرمر Davison and Germer حيث تم في هذه التجربة إثبات حيود الإلكترونات وتم حساب الطول الموجي للإلكترونات ليتوافق مع فرضية ديبرولي.

ولتفسير سبب تأخر اكتشاف الخاصية الموجية للإلكترون بعد اكتشاف الخاصية الجسيمية له, فإن ذلك يعود إلى صغر الطول الموجي للجسيمات، فإذا قمنا باستخدام فرضية ديبرولي لحساب الطول الموجي للجسم كتلته 1 كيلوجرام يتحرك بسرعة مقدارها 1 م/ثانية لوجدنا أن الطول الموجي المصاحب لهذا الجسم هو على النحو التالي :

$$\lambda = h/mv = 6.6\times10^{-24}\ \text{Å}$$

ولهذا فإن لكي نستطيع ملاحظة الخاصية الموجية للجسيمات المادية فإن كلا من كتلة الجسم وسرعته يجب أن تكون صغيرة وهذا يعني أن الخاصية الموجية للجسيمات المادية لا يمكن ملاحظتها إلا في الجسيمات الذرية مثل الإلكترون والبروتون والنيوترون .

سؤال:

ماهي طاقة حركة الإلكترون الذي يجب ان يمتلكها ليكون له طول موجي يساوي 1 انجستروم؟

من خلال المعادلة :

$$eV = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}p^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

$$V = \frac{h^2}{2me\lambda^2} = \frac{(6.62\times10^{-34})^2}{2(9.1\times10^{-31})(1.6\times10^{-19})(1\times10^{-10})^2} = 150V$$

ومن هذه المعادلة نستنتج أن الإلكترون الذي يتحرك بطاقة 150 إلكترون فولت تكون طول الموجة المصاحبة له 1 انجستروم. وهذا هو الطول الموجي للأشعة السينية . لذا فإن من المتوقع أن تكون النتائج العملية لتجربة حيود الأشعة السينية مماثلة لحيود الكترونات معجلة في فرق جهد قدره 150 فولت.

كيف يمكن إثبات أن حيود الإلكترونات مشابه لحيود أشعة اكس؟

تستخدم محزوزة الحيود Diffraction Grating في تجربة حيود الأشعة الكهرومغناطيسية في منطقة الطيف المرئي حيث الطول الموجي يتراوح بين 3000 إلى 7000 انجستروم. أم في حالة الأطوال الموجية الصغيرة جدا (منطقة الأشعة السينية) فإن سمك الحزوز يعتبر كبيرا جداً لملاحظة حيود الأشعة السينية، ولهذا السبب يتم استخدام البلورات Crystal معتمدين على الترتيب الدقيق لذرات الخلية المكونة للبلورة مما تتكون مستويات حيود ذات مسافات فاصلة في حدود 3-1 انجستروم.

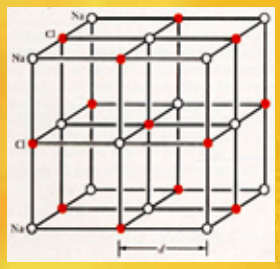
353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 3

قياس المسافة الفاصلة d في بلورة NaCl

تعتبر بلورة كلوريد الصوديوم ذات تركيب بلوري خاص وبسيط ويمكن استخدامها لقياس حيود اشعة اكس. يتكون الشكل الخارجي لبلورة كلوريد الصوديوم كما في الشكل المقابل حيث تترتب ذرات الصوديوم والكلور في شكل متعاقب ومتماثل وتكون المسافة الفاصلة بين ذرتين متجاورتين d . ولحساب المسافة الفاصلة عن طريق الكثافة والوزن الجزيئي للصوديوم والكلور وعدد افوجادرو يتم ذلك على النحو التالي :

إذا كانت d مقاسة بالسنتمتر من ذرة الصوديوم إلى أقرب ذرة كلور يكون هناك 1/d ذرة على طول 1 سنتمتر مكعب, ولهذا في مكعب الصوديوم والكلور يكون العدد الكلي للذرات لكل وحدة حجوم $1/d^3$ ذرة, حيث أن الوزن الجزيئي للصوديوم 23 والكلور 35.45 ولذلك يكون الوزن الجزيئي لكلوريد الصوديوم 58.45 لأن عدد أفوجادرو يعطي عدد الذرات في الجرام مول، وهذا يعني أن يكون عدد الذرات في 23 جرام صوديوم يساوي عدد افوجادرو ذرة وكذلك يوجد عدد افوجادرو ذرة في الـ 35.49 جرام كلور, ولهذا فإن عدد الذرات في في كلوريد الصوديوم 58.45 جرام يساوي ضعف عدد افوجادرو. ومن كثافة الصوديوم 2.163 جرام لكل سنتمتر مكعب فإن :

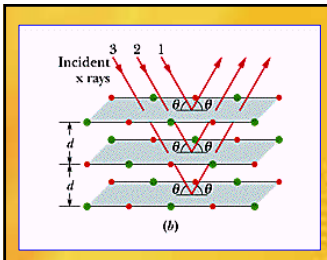
353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 4



$$\frac{Atoms}{Volume} = \frac{2 \times 6.022 \times 10^{23}\ atoms/g.mole \times 2.163\ g/cm^3}{58.45\ g/g.mole} = \frac{1}{d^3}$$

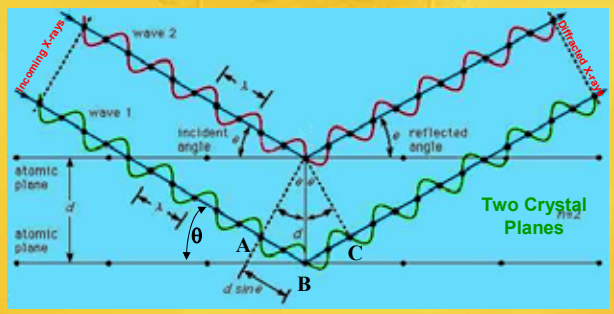
$$\therefore d = 2.82A$$

وهذا يكون المسافة الفاصلة بين اقرب ذرتين في بلورة كلوريد الصوديوم ..



قانون براج Bragg's Law

في البلورة تكون الذرات مرتبة بشكل منظم كما في بلورة كلوريد الصوديوم هذه الذرات تشكل مستويات متوازية تفصلها مسافة d تسمى مستويات براج Bragg's plains. عندما تسقط أشعة على مستويات براج فإن جزء منها ينعكس والجزء الأخر ينفذ لينعكس على المستوى الذي يليه وهكذا، الأشعة المنعكسة سوف تتداخل وينتج عنها إما تداخل بناء أو تداخل هدام وذلك حسب فرق المسار للأشعة المنعكسة كما هو موضح في الشكل المجاور



من الشكل السابق جزء من الشعاع الساقط ينعكس على مستوى براج الأول بزاوية مقدارها θ مع المستوى. الجزء الآخر من الشعاع ينفذ من المستوى الأول وينعكس جزء منه على المستوى الثاني بزاوية θ أيضاً.. التداخل بين الشعاعين المنعكسين يكون بناءً إذا كان لهما نفس فرق الطور إذا كان فرق المسار يساوي عدد صحيح من الطول الموجي λ . يلاحظ من الرسم في الشكل اعلاه أن فرق المسار هو

$$ABC = 2d \sin\theta$$

وشرط الحصول على تداخل بنائي من الأشعة المنعكسة عن مستويات براج هو

$$2d \sin\theta = n\lambda \qquad \text{(Bragg's Law)}$$

حيث n هو عدد صحيح ويسمى رتبة التداخل order of the interference ويأخذ القيم 1 و 2 و3 و ..

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 7

Observation of electron waves

Electron momentum, $p=h/\lambda$, can be chosen to be of the same order of magnitude as the lattice constant, D, or the distance of the Bragg planes, $d1$, $d2$, $d3$,... Same experiment can be performed with thermal neutrons.
If the second Bragg-peak (corresponding to $d2$) is maximal when the electron has energy 54 eV while diffracting on a cubic crystal with D=0.209 nm then check whether de Broglie's formula is correct.

Solution: The cosine of the angle of the Bragg planes corresponding to d_2 is cos $\alpha=2/5^{1/2}$ The distance between the Bragg planes is $d_2 = D \sin\alpha = D/5^{1/2}$

Bragg's equation is then $n\lambda=2\, d_2 \sin\theta = 2\, d_2 \cos\alpha = 2\, D \sin\alpha \cos\alpha = D\, 4/5 = D\, 0.8 = 0.209$ nm x 0.8 =0.167 nm

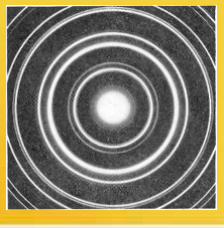
De Broglie's formula gives (using $p=(2mE)^{1/2}$), $\lambda=h/p = h/(2mE)^{1/2} = hc/(2mc^2 eV_0)^{1/2}$=1240 eV nm /(2x0.51x10^6 eV e 54 V)$^{1/2}$ =0.167 nm

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 8

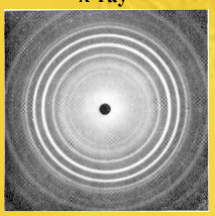
Davisson and Germer Experiment تجربة دافيسون وجيرمر

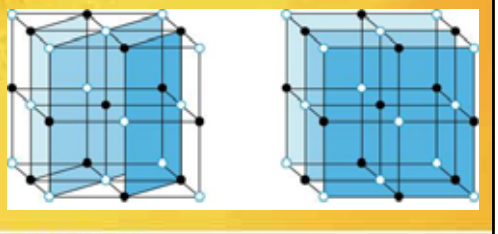
حسب فرضية ديبرولي من حيث فإن حيود الإلكترون المعجل بطاقة قدرها 150 إلكترون فولت مشابه لحيود الأشعة السينية ذات الطول الموجي 1 انجستروم . وقد قام دافيسون وجيرمر من التحقق من خلال تجربتهما على حيود الأشعة السينية على شريحة من معدن النيكل مستخدمان قانون براج ومن ثم دراسة حيود الإلكترون على نفس الجهاز حيث تم استبدال مصدر الأشعة السينية ومصدر الكترونات تم تعجيلها في فرق جهد قدره 150 فولت وتم مقارنة الحلقات إلي حصلا عليها نتيجة لحيود الأشعة السينية وحيود الالكترونات ووجد أن الالكترونات فعلا تعرض ظاهرة الحيود وان الحلقات متشابه في نصف القطر مما يعني أن الالكترونات هي موجة لها نفس طول موجة الأشعة السينية عندما تعجل في فرق جهد 150 فولت على حسابات فرضية ديبرولي

electron



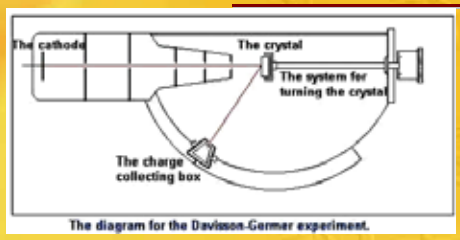
x-ray





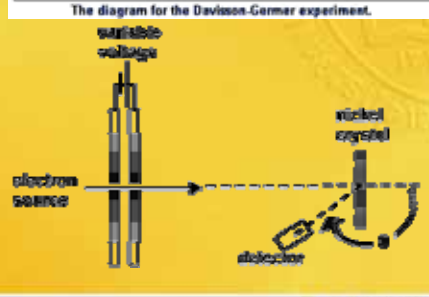
فيما بعد وجدت البروتونات والنيترونات لها سلوك موجي مثلها مثل الإلكترون وبهذا تم التحقق عمليا من فرضية ديبرولي أن لكل جسيم مادي موجة مصاحبة له حسب الفرضية $p = h/\lambda$

نتائج تجربة دافيسون وجيرمر Davisson and Germer

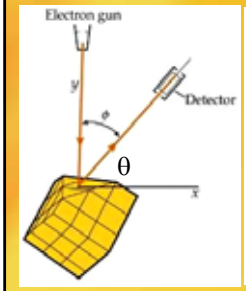


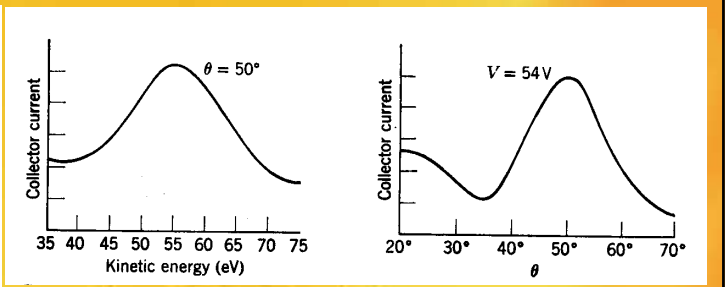
The diagram for the Davisson-Germer experiment.

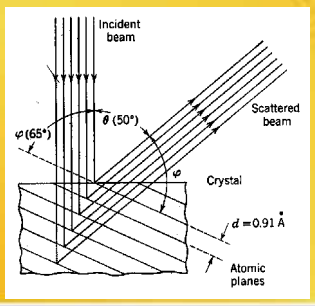
الأجهزة المستخدمة بواسطة Davisson-Germer مشابة لتلك المستخدمة في حيود الأشعة السينية



ملاحظة الشدة كدالة في الطاقة الحركية للإلكترون (eV) و الزاوية θ







القمم في الشكل نتيجة التداخل البنائي للأمواج المتشتتة من الترتيب الدوري للذرات في مستويات البلورة.

ماهو الطول الموجي المقاس؟

$n\lambda = 2d \sin\theta$ (Bragg relation)

$\lambda = 1.65$ Å

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 11

ماهو طول موجة de Broglie المرافقة للإلكترونات ذات الطاقة الحركية 54 eV ؟

$\lambda = h/p = 1.65$ Å

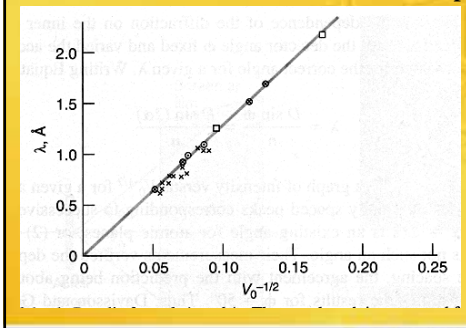
ماهي العلاقة بين الطول الموجي λ وطاقة الإلكترون eV ؟

$$E = eV_0 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow p = \sqrt{2mE} = \sqrt{2meV_0}$$

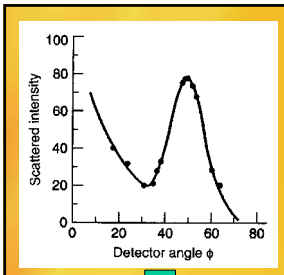
$$\text{so} \quad \lambda = 2d \sin\theta = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV_0}}$$

يمكن الحصول علي خط مستقيم

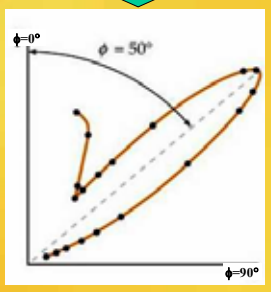
(يمكن حساب ثابت بلانك)



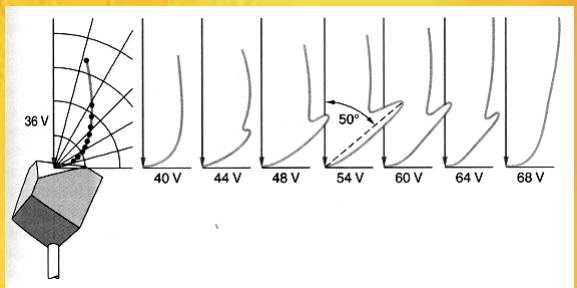
353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 12



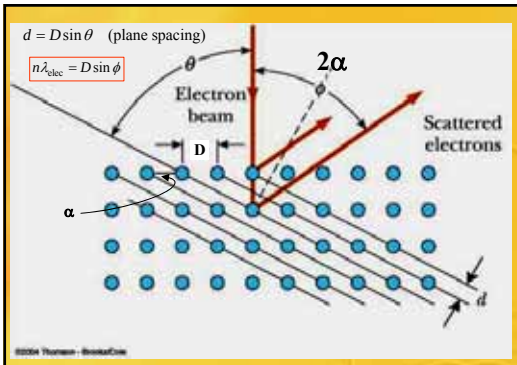
وبتغيير λ يمكن أن يحدث تغير في θ وبالتالي يمكن الحصول علي رسم بياني زاوي في الإحداثيات القطبية.



وبتغيير طاقة الإلكترونات الساقطة من 36 eV إلى 68 eV تم الحصول علي الشكل التالي



353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 13



لمـــــــــــــــاذا؟؟؟؟؟

يمكن الحصول على تداخل بنائي فقط إذا كانت المستويات البلورية عند زاوية معينة بالنسبة للسطح (أنظر إلي الشكل)

وبالتالي يكون:

$$n\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV_0}} = 2d\ \sin(2\alpha)$$

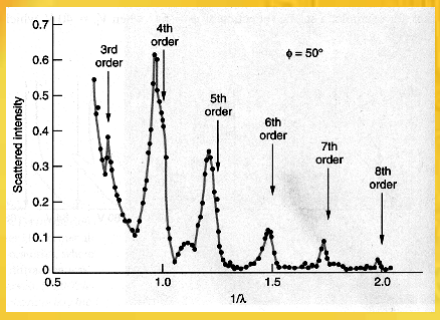
$$\Rightarrow \quad \frac{h}{\sqrt{2meV_0}} = \frac{2d\ \sin(2\alpha)}{n}$$

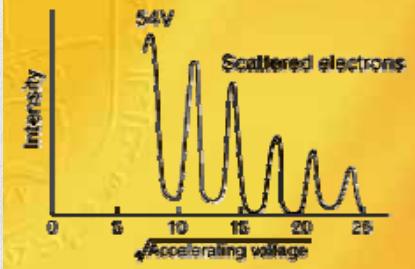
$$\text{or} \quad \sqrt{V_0} = \left[\frac{h}{\sqrt{2me}\ 2d\ \sin(2\alpha)}\right] n$$

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 14

$$\sqrt{V_0} = \left[\frac{h}{\sqrt{2me}\,2d\,\sin(2\alpha)}\right] n$$

وبرسم الشدة مع $\sqrt{V_0} \propto 1/\lambda$ فإنه يمكن الحصول على قمم متساوية الفواصل تمثل قيم n المتعاقبة إذا كانت $\theta = \alpha/2$ و بدون حيود إذا كانت $\theta \neq \alpha/2$.





neutrons

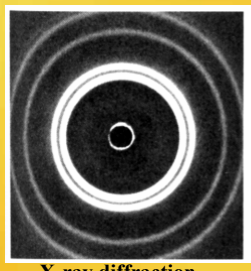
diffraction by NaCl

x-rays

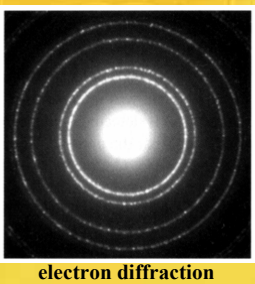
Interference and Diffraction of Matter

Subsequently, G. P. Thompson showed electron diffraction when the electrons pass through a crystal. He observed Laue-type spots in the diffraction pattern.

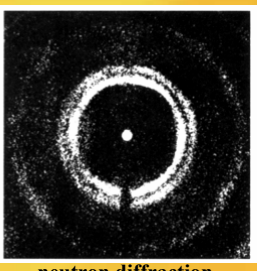
The figures below show diffraction patterns when different beams are passed through an aluminum foil (made of randomly oriented micro-crystals)



X-ray diffraction



electron diffraction

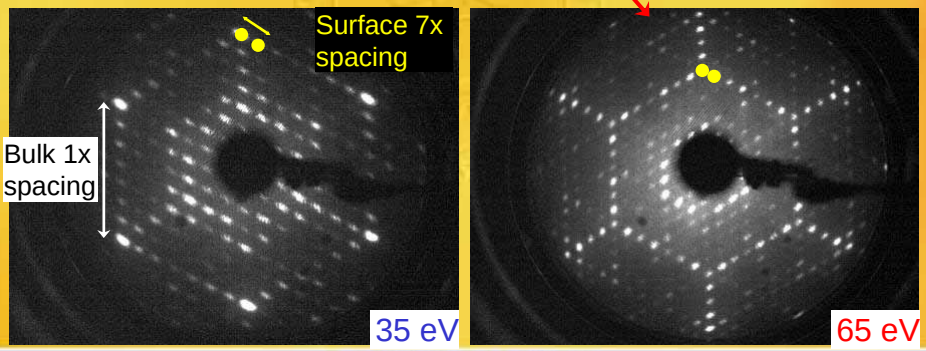


neutron diffraction

Electron Diffraction: LEED of Si Surface

- Periodic structures on a surface lead to maxima (or spots) in electron diffraction images.
- Larger *D* spacings give closer LEED spots (smaller ϕ).
- Higher energy electrons give closer spots.

$$n\lambda = D\sin\phi$$



353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 17

حيود الإلكترون : حساب λ

في تجارب حيود الإلكترون ذو الطاقة المنخفضة يمكن حساب طول موجة الإلكترون على الصورة التالية:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2eV_o}{m}}} = \frac{hc}{\sqrt{2(mc^2)eV_o}}$$

$$where\ \ v = \sqrt{\frac{2eV_o}{m}}\ \ \text{for an accelerated electron beam using}\ E_K = \tfrac{1}{2}mv^2 = eV_o$$

$$\lambda = \frac{1240\,eV\ nm}{\sqrt{2(0.511\,MeV)eV_o}} = \frac{1.23}{\sqrt{V_o}}\,nm$$

ولجهد تسارع مقداره $V_0 = 100$ V تكون $\lambda = 0.12$ nm:

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 18

Example

a) The diffraction angle ϕ for 45-eV electrons from a crystal is $\phi = 53^{o}$. Find the crystal spacing D.

b) Find the diffraction angle ϕ for 90-eV electrons.

$$n\lambda = D\sin\varphi, \quad where \quad \lambda = \frac{1.23\ nm}{\sqrt{E_k\,(eV)}} = \frac{1.23\ nm}{\sqrt{45}} = 0.183\ nm$$

$$D = \frac{\lambda}{\sin\varphi} = \frac{0.183\ nm}{\sin(53°)} = \boxed{0.23\ nm}$$

$$\lambda = \frac{1.227\ nm}{\sqrt{E_k\,(eV)}} = \frac{1.227\ nm}{\sqrt{90}} = 0.129\ nm$$

$$\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{D}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{0.129\ nm}{0.23\ nm}\right) = \boxed{34.1^{o}}$$

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 19

EXAMPLE 6.1

What is the kinetic energy of an electron whose de Broglie wavelength is equal to that of a l0-keV photon?

SOLUTION Since the wavelengths of the photon and electron are the same, so must be their momenta. The kinetic energy of the electron is

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{p^2c^2}{2mc^2} = \frac{E_{ph}^2}{2mc^2} = \frac{(10^4)^2}{2(0.511 \times 10^6)} = 98\ \text{eV}$$

Note that the kinetic energy of 98 eV is much less than mc^2; the classical expression for the kinetic energy, $p^2/2m$, is therefore justified.

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 20

EXAMPLE 6.2
A speck of dust of mass 0. 1 μg falls through the air with a speed of 0.001 mm/s. What is the de Broglie wavelength of this particle?

SOLUTION The momentum of the speck of dust is

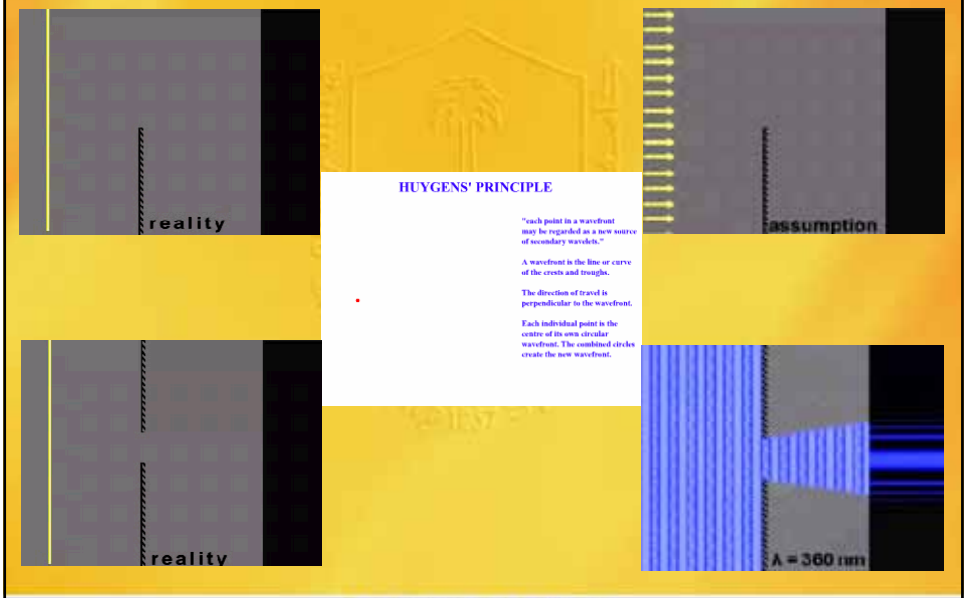
$$p = mv = (10^{-10}\ \text{kg})(10^{-6}\ \text{m/s}) = 10^{-16}\ \text{kg·m/s}$$

Its de Broglie wavelength is

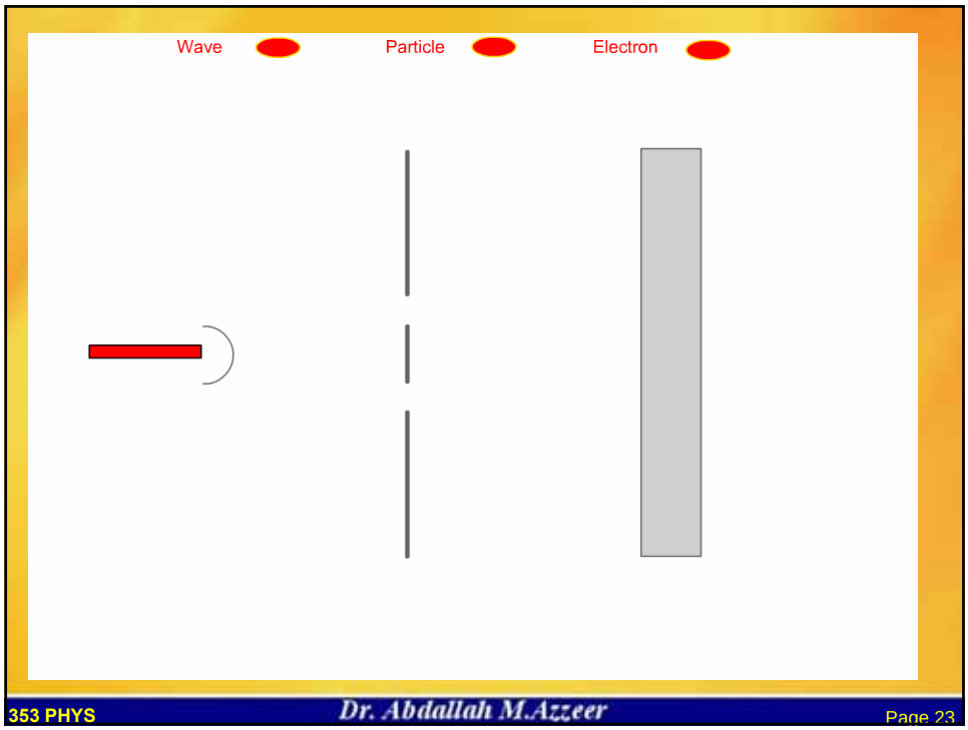
$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J·s}}{10^{-16}\ \text{kg·m/s}} = 6.63 \times 10^{-18}\ \text{m} = 6.63 \times 10^{-3}\ \text{fm}$$

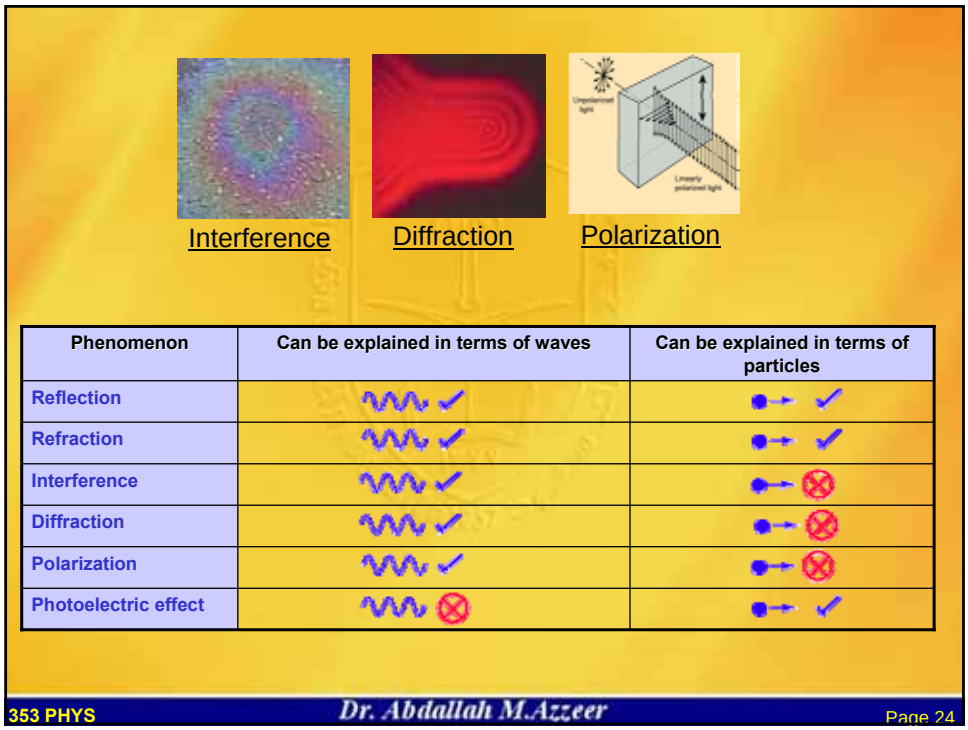
Nuclear radii are of the order of a few femtometers. Clearly, observation of the wavelike properties of macroscopic particles is impossible.

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 21



353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 22





Phenomenon	Can be explained in terms of waves	Can be explained in terms of particles
Reflection	✓	✓
Refraction	✓	✓
Interference	✓	⊗
Diffraction	✓	⊗
Polarization	✓	⊗
Photoelectric effect	⊗	✓