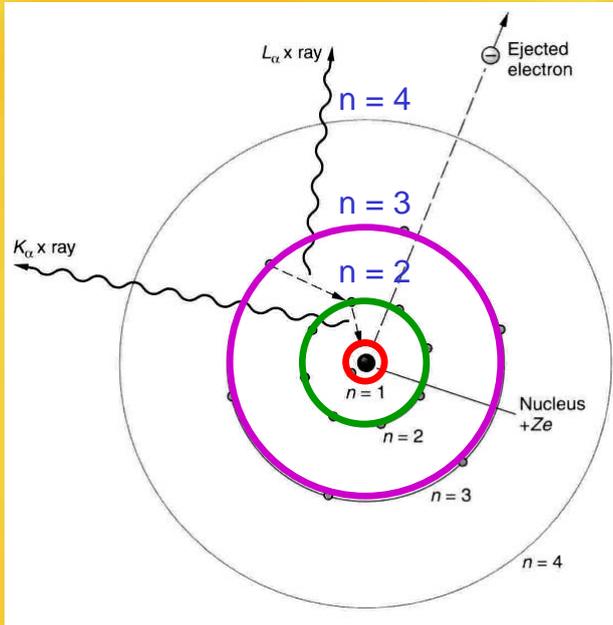


### X-ray Spectra: "Stylized" Diagram of Atomic Levels



353 PHYS

Dr. Abdallah M. Azzeer

Page 1

يمكن استخدام نظرية بوهر لإيجاد العلاقة بين  $\nu$  و  $Z$

فلذرات المشابهة لذرة الهيدروجين :

$$\begin{aligned}\nu &= cRZ_{eff}^2 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \\ &= cR (Z - a)^2 \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)\end{aligned}$$

ولحالة خاصة في حالة انبعاث خط الأشعة السينية  $K$  حيث  $n_f = 2$  و  $n_i = 1$  :

$$\nu_K = cRZ_{eff}^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

OR

$$\nu_K = \frac{3}{4} cR (Z - a)^2$$

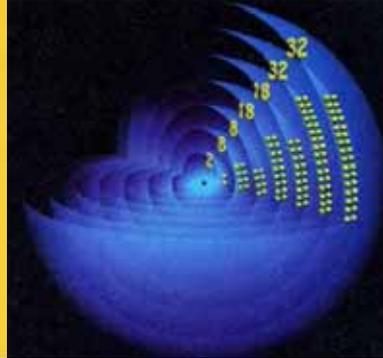
353 PHYS

Dr. Abdallah M. Azzeer

Page 2

فعد إنتقال الإلكترون من القشرة L إلى القشرة K فإن الشحنة الفعالة التي تُشاهد بواسطة إلكترون القشرة L هي شحنة النواة (+Ze) و شحنة الإلكترون (-1e) علي القشرة K وبالتالي تكون الشحنة الفعالة في هذه الحالة  $Z_{\text{eff}} = (Z-1)$  . ويمكن كتابة العلاقة السابقة علي الصورة:

$$\nu_K = \frac{3}{4}cR(Z-1)$$

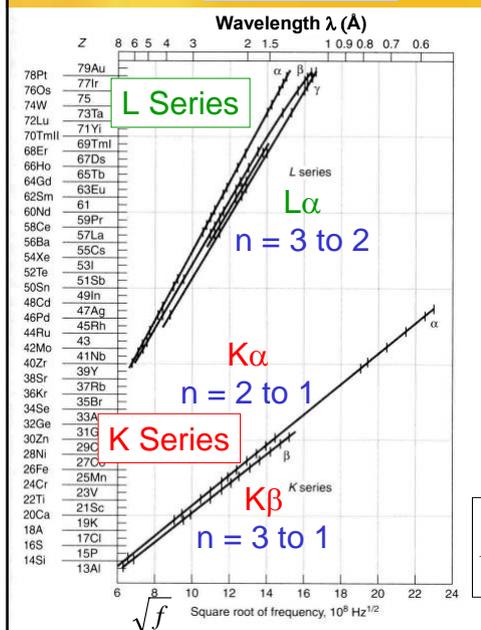


353 PHYS

Dr. Abdallah M. Azzeer

Page 3

### طيف الأشعة السينية وعلاقة الطاقة: X-ray Spectra:



#### K Series

$n = 2, 3, \text{etc. to } n = 1$

$$E_K = \frac{hc}{\lambda} = E_0 \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) (Z-1)^2$$

➤ Derived from Bohr's formula with  $Z-1$  "effective" charge instead of  $Z$  due to shielding of nucleus.

#### L Series

$n = 3, 4, \text{etc. to } n = 2$

$$E_L = \frac{hc}{\lambda} = E_0 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) (Z-7.4)^2$$

353 PHYS

Dr. Abdallah M. Azzeer

Page 4

EXAMPLE:

Find the **energy** of the  $K_\beta$  x-ray line for Al.

$$\text{K-series: } E_K = E_0 (Z - 1)^2 \left( 1 - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

where  $n_i = 3$  for  $K_\beta$  ( $n_f = 1$  for K series) and  $Z = 13$  for Al

$$E_{K\beta} = (13.6 \text{ eV})(13 - 1)^2 \left( 1 - \frac{1}{3^2} \right) = 1741 \text{ eV}$$

353 PHYS

Dr. Abdallah M. Azzeer

Page 5

EXAMPLE:

If the wavelength of the  $L_\alpha$  x-ray line for an unknown element is  $\lambda = 0.3617 \text{ nm}$ , find the **element number Z**.

$$\text{L series: } E_L = \frac{hc}{\lambda_L} = E_0 (Z - 7.4)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

where  $n_i = 3$  for  $L_\alpha$  ( $n_f = 2$  for L series)

$$(Z - 7.4)^2 = \left( \frac{hc}{E_0 \lambda_{L\alpha}} \right) \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)^{-1}$$

$$(Z - 7.4)^2 = \left( \frac{1240 \text{ eV nm}}{(13.6 \text{ eV})(0.3617 \text{ nm})} \right) (7.2) = 1815$$

$$(Z - 7.4) = 42.6 \Rightarrow Z = 50 \text{ tin}$$

353 PHYS

Dr. Abdallah M. Azzeer

Page 6

**EXAMPLE 5.5** Estimate the wavelength of the characteristic  $K_{\alpha}$  X ray from niobium. The  $K_{\alpha}$  line arises from the transition of an L-shell electron into an empty K-shell state.

**SOLUTION** We shall assume that  $a = 1$  for the K-shell electron and take  $a = 8$  for the L-shell electron. The atomic number of niobium is  $Z = 41$ . The energies  $E_i$  and  $E_f$  are then

$$E_i = -\frac{(41 - 8)^2(13.6 \text{ eV})}{4} = -3700 \text{ eV}$$

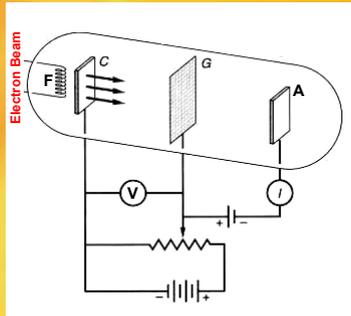
$$E_f = -(41 - 1)^2(13.6 \text{ eV}) = -21,760 \text{ eV}$$

The energy difference for the transition is 18,060 eV, and the corresponding wavelength is

$$\lambda = \frac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{18,060 \text{ eV}} = 0.0687 \text{ nm}$$

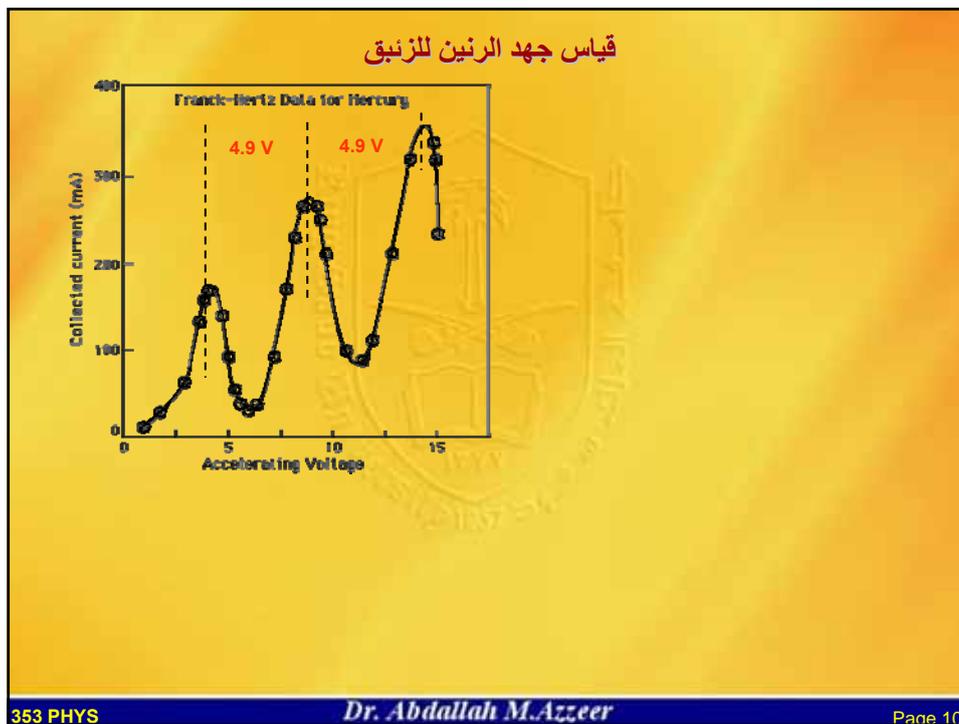
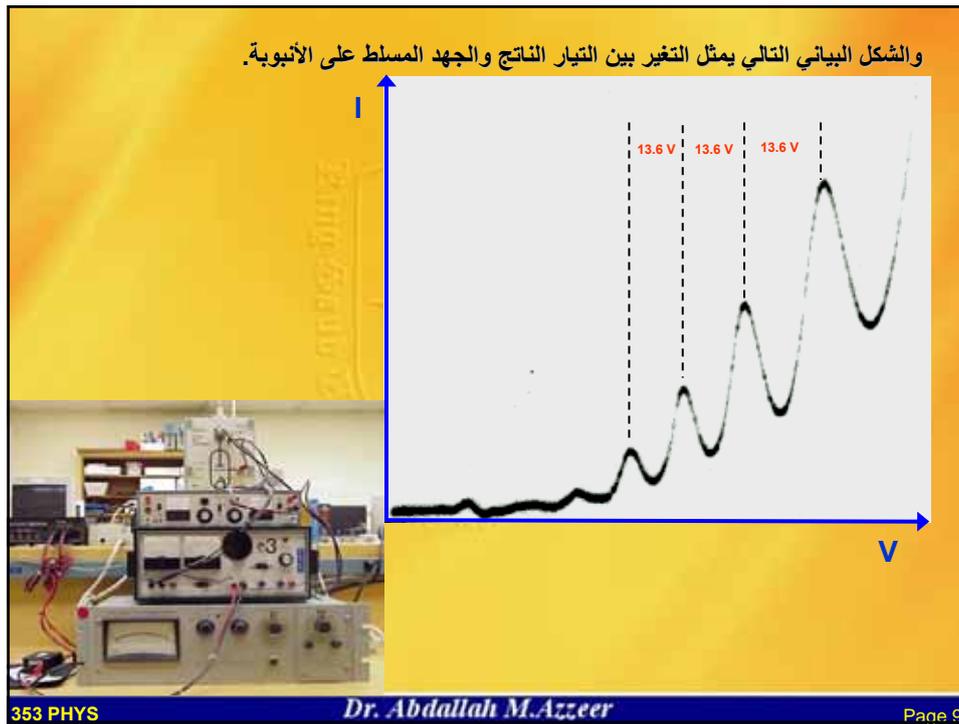
### التحقق من مستويات الطاقة المتقطعة للذرة بالتجربة

#### قياس جهد التأين للهيدروجين Ionization Potential for H



يستخدم الجهاز المبين بالشكل لقياس جهد التأين للهيدروجين وفيه يتم تعجيل الإلكترونات الطليقة والمنبعثة من الفتيلة F بين الكاثود (C) والأنود (A) بفرق جهد مقداره  $V$  فتصل إلى الأنود (A) ويسجل الأميتر (I) قيمة للتيار ويزيادة فرق الجهد  $V$  يزداد عدد الإلكترونات التي تصل إلى الأنود أي يزداد التيار  $I$  إلى أن تصبح طاقة الإلكترونات كافية لرفع ذرة الهيدروجين من حالتها الأرضية إلى إحدى الحالات المثارة وعند ذلك يحدث انخفاض في عدد الإلكترونات الطليقة لأن قسم منها قد أعطي طاقته للذرات لإثارتها وبذلك ينخفض التيار  $I$ .

ويزيادة  $V$  أكثر تصل إلى نقطة يبدأ عندها الغاز في التأين مما يؤدي إلى إنتاج إلكترونات جديدة وهذا يؤدي إلى زيادة في التيار  $I$  عند هذا المقدار من الجهد  $V$  يكون جهد التأين للهيدروجين ويساوي 13.6 V



### 8-5 مبدأ التوافق أو التماثل THE CORRESPONDENCE PRINCIPLE



توقعت النظرية الكمية سلوك النظام المجهرى الذي لا يرى بالعين المجردة (Microscopic system) في حين أن النظرية التقليدية توقعت سلوك النظام العياني (أي الذي يرى بالعين المجردة) (Macroscopic System).  
فعد تطبيق النظرية الكمية على ظاهرة ذات الأبعاد الكبيرة في النظام العياني فإن النتيجة تؤدي إلى النظرية التقليدية (Classical Theory).  
ونظرية بوهر لذرة الهيدروجين تؤدي إلى نتائج متطابقة مع نتائج النظرية التقليدية عند تطبيقها في الحالات القصوى.

نفترض ذرة لها مدار نصف قطره يساوي 1 mm وهذا كبير جداً بالمقارنة بالذرة الحقيقية التي لها قطر يساوي  $(1 \text{ \AA} = 10^{-7} \text{ mm})$ .  
في هذه الحالة يجب أن تؤدي نظرية بوهر إلى نتائج مطابقة للنظرية التقليدية.

ويلاحظ أن قيمة العدد الكمي (n) لنصف قطر مساو لـ 1 mm يمكن حسابه من العلاقة :

$$n = \sqrt{\frac{kme^2}{\hbar^2} r_n} \approx 4350$$

حيث m كتلة الإلكترون و e شحنة الإلكترون و  $\hbar = h/2\pi$  ثابت بلانك و  $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$  وهذا العدد الكمي كبير جداً.

وحسب نظرية بوهر فإن تردد الشعاع المنبعث نتيجة انتقال الإلكترون في هذه الذرة التخيلية من مدار  $n_i$  إلى  $n_f$  هو:

$$\nu = cR \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (1)$$

ويمكن كتابتها على الصورة:

$$\nu = cR \left( \frac{n_i^2 - n_f^2}{n_i^2 n_f^2} \right)$$

$$= cR \left[ \frac{(n_i + n_f)(n_i - n_f)}{n_i^2 n_f^2} \right] \quad (2)$$

وحيث أن قيمة  $n$  كبيرة جداً فيمكن اعتبار العدد الكمي النهائي  $n_f$  مساوياً للعدد الكمي الابتدائي  $n_i$  أي أن

$$n_i \approx n_f = n \quad (3)$$

وكذلك :

$$n_i - n_f = \Delta n \quad (4)$$

وباستخدام هذه الفرضيات يمكن كتابة المعادلة (2) على الصورة

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nu = \frac{2cR}{n^3} \Delta n \quad (5)$$

$$R = \frac{k^2 e^4 m}{4\pi \hbar^3 c}$$

وحيث أن

تصبح معادلة (5) على الصورة

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nu = \frac{2c}{n^3} \frac{k^2 e^4 m}{4\pi \hbar^3 c} \Delta n = \frac{k^2 e^4 m}{2\pi \hbar^3 n^3} \Delta n$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k^4 e^8 m^2}{\hbar^6 n^6}} \Delta n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2 k^3 e^6 m^3}{m \hbar^6 n^6}} \Delta n$$

$$r = \frac{n^2 \hbar^2}{k m e^2}$$

ولكن :

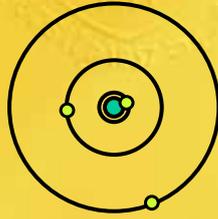
لذا

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2}{m r^3}} \Delta n \quad (6)$$

وعند استخدام قيمة  $\Delta n = 1$  نجد أن العلاقة (6) تطابق ما حُصل عليه بواسطة النظرية التقليدية . أي أن تردد دوران الإلكترون حول النواة هو:

$$v_{classical} = v_{orb} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v/r}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ke^2}{mr^3}}$$

وكذلك نحصل على مضاعفات Harmonics هذا التردد عندما  $\Delta n = 2, 3, 4, \dots$  ولذلك فإن النظرية الكمية تعطينا نفس نتائج النظرية التقليدية عندما يكون العدد الكمي كبيراً جداً. إن شرط تطابق النظرية الكمية والنظرية التقليدية عندما يكون العدد الكمي كبيراً جداً يدعي بمبدأ توافق بوهر Bohr corresponding principle وهذا المبدأ لعب دوراً هاماً في تطوير النظرية الكمية للمادة.



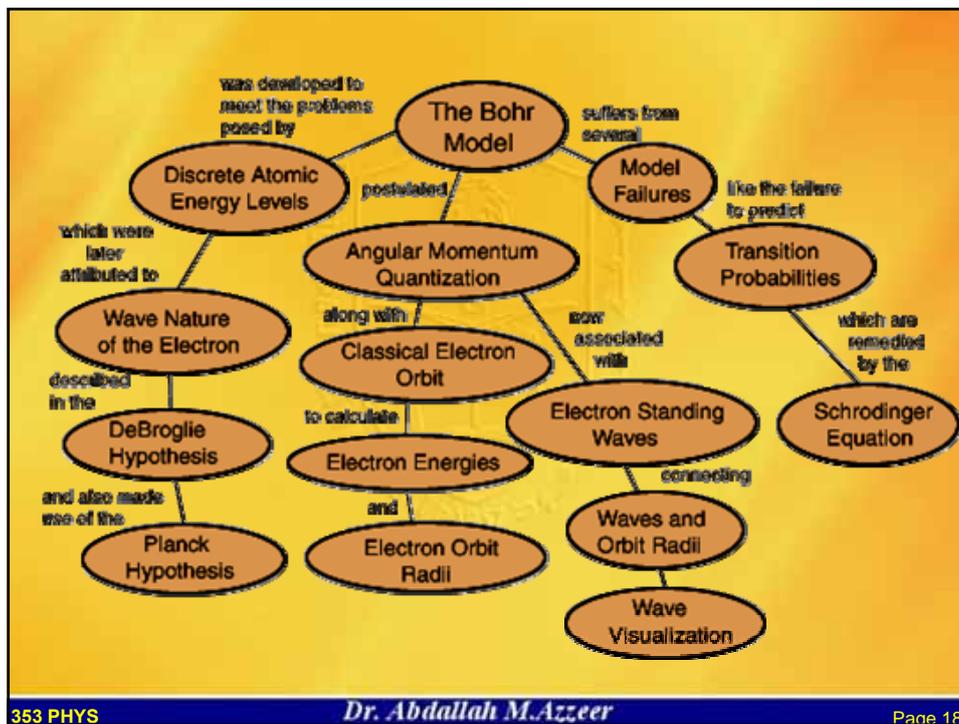
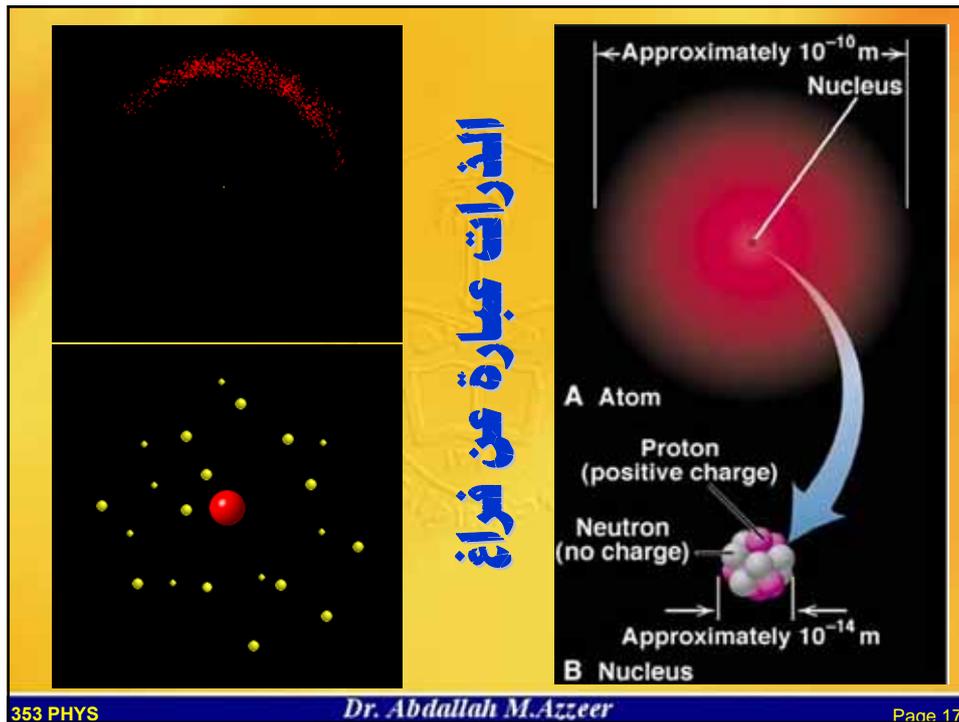
### قصور نماذج ميكانيكا الكم القديمة

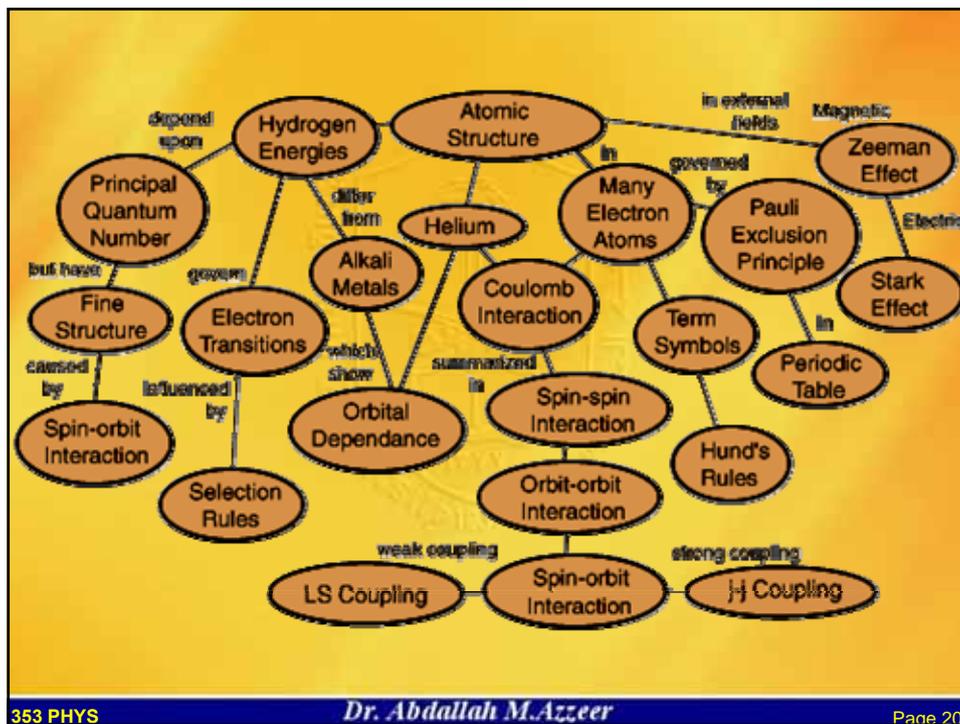
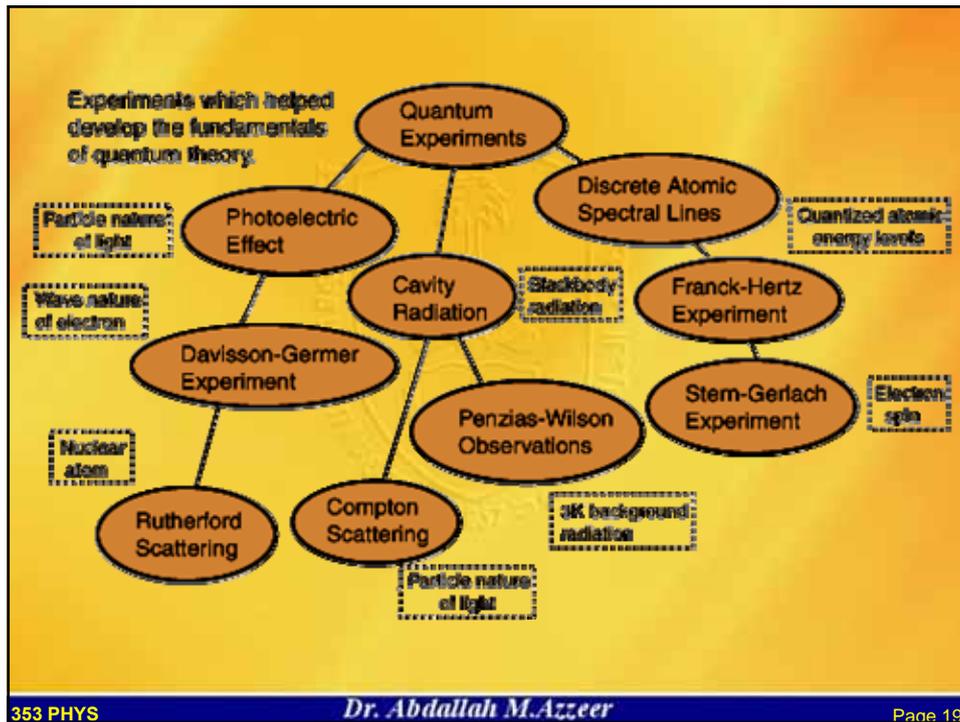
#### Limitation of old quantum –mechanical models

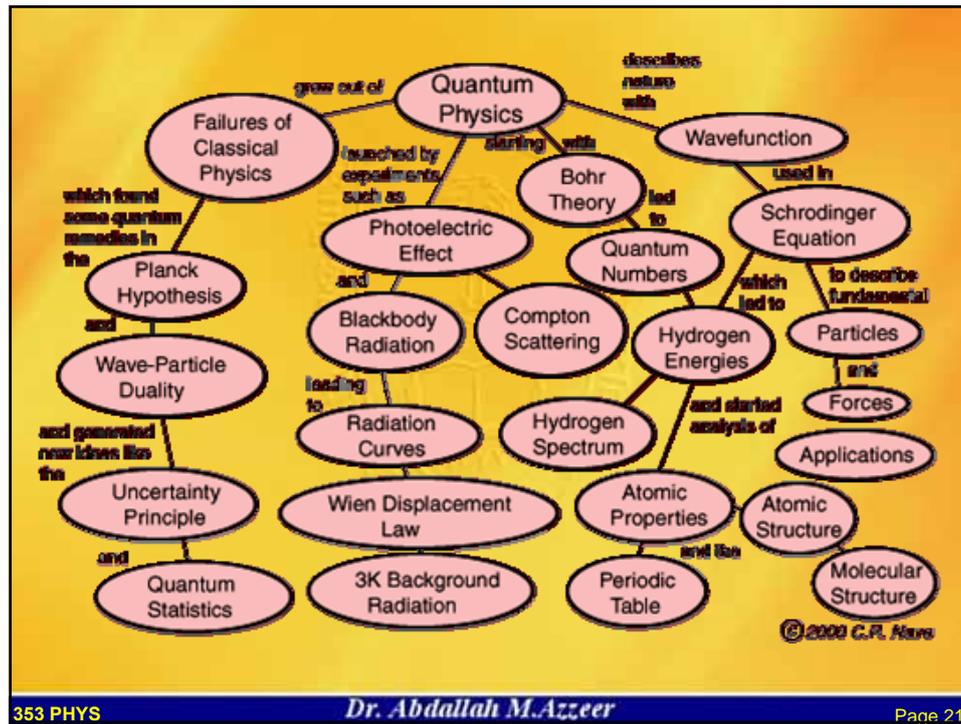
حاول بوهر تطبيق نظريته على الذرات ذات الإلكترونات العديدة ولكن بقليل من النجاح ولذلك يجب أن تكون هناك نظرية أخرى تحل نظرية بوهر أو تطويرها أو بصورة عامة تحل نظرية الكم القديمة وهو ما سوف نجده في الباب السادس "نظرية الكم الميكانيكية" ويمكن تلخيص فشل نظرية بوهر بالنقاط التالية :

- ❖ لم تعطي النظرية أي طريقة لحساب شدة خطوط الطيف.
- ❖ لم تستطع إعطاء تفسير للتركيب الدقيق لخطوط الطيف.
- ❖ لم تستطع تفسير انقسام splitting خطوط الطيف في المجالات المغناطيسية (ظاهرة زيمان Zeman effects) وفي المجالات الكهربائية (ظاهرة ستارك Stark effects) .
- ❖ لم تستطع تفسير كون بعض خطوط الطيف أعرض من غيرها.
- ❖ إضافة إلى ما تقدم فإن النظرية احتوت أو بنيت على كثير من الفرضيات.

وبالرغم من نواقصه فإن نموذج بوهر كان فتحاً عقلياً ساعد في القيام بعدد كبير من المشاهدات الاختيارية حول البنية الإلكترونية للذرة







353 PHYS

Dr. Abdallah M. Azzeer

Page 21