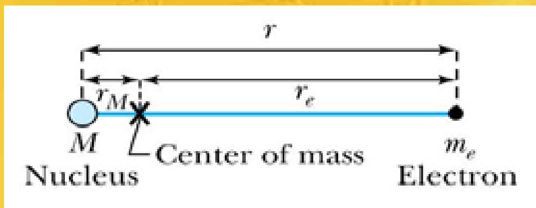
COULMB (RUTHERFORD) SCATTERING تشتت كولومب (راذرفورد)

أن النواة أثقل بكثير من جسيم α ولذا يمكن اعتبارها في حالة سكون أثناء عملية التشتت أي أن جسيمات α هي التي تتحرك فقط.



$$\mu_e = \frac{m_e M}{m_e + M} = \frac{m_e}{1+\frac{m_e}{M}}$$

reduced mass

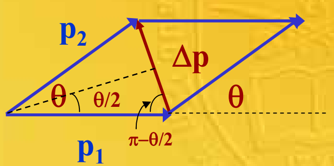
وبالتالي يمكن إهمال سرعة التراجع للنواة

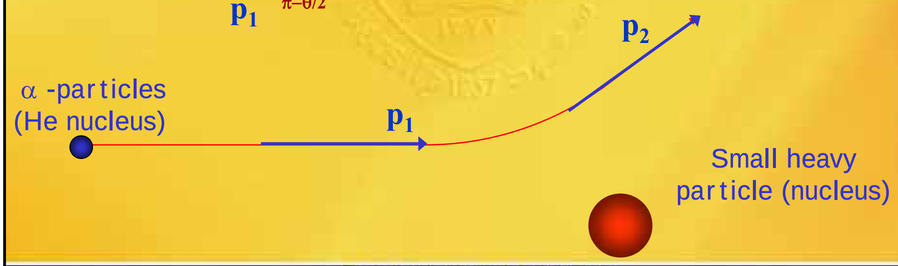
كل من جسيم α والنواة الموجبة يسلك سلوك الشحنة المركزة في نقطة POINT CHARGE وأن قانون كولوم صحيح في تلك المسافات الصغيرة. وبذلك تكون قوة التنافر بين جسيم α والنواة هي:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r^2}$$

التغير في كمية حركة جسيم α

$$\Delta p_z = 2mv_0 \cos\frac{\pi-\theta}{2} = 2mv_0 \sin\frac{\theta}{2}$$



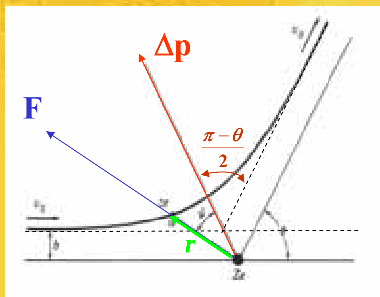


التغير في كمية الحركة يساوي دفع القوة

$$\Delta p_z = \int \mathbf{F}\,dt = \int F_z\,dt = \int \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\cos\psi\,dt$$

$$= \int_0^{\psi_0} \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\cos\psi\left(\frac{dt}{d\psi}\right)d\psi \qquad (5.12)$$

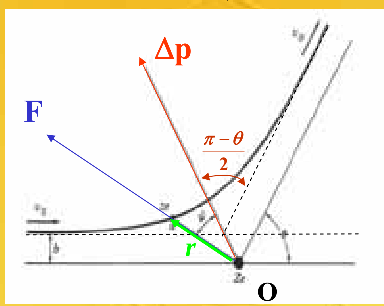
حيث $\psi_0 = \frac{\pi-\theta}{2}$



353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 3

قبل التصادم ، كمية الحركة الزاوية لجسيم α حول النواة = mv_0b

وعلي بعد r تكون كمية الحركة الزاوية لجسيم α حول النقطة O = $mr^2\omega$



وبالتالي من حفظ كمية الحركة الزاوية يكون:

$$p_\psi = \text{constant} = mr^2\frac{d\psi}{dt} = mv_0 b$$

$$\boxed{\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_0 b}{r^2}}$$

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 4

وبالتالي تصبح معادلة (15.2) علي الصورة:

$$\int_0^{\pi} \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 v_0 b} \cos\psi \, d\psi = \frac{zZe^2}{2\pi\epsilon_0 v_0 b} \cos\frac{\theta}{2} = 2mv_0 \sin\frac{\theta}{2}$$

من المعادلة أعلاه ، يمكن الحصول علي علاقة زاوية التشتت وبعد التصادم:

$$\boxed{b = \frac{zZe^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2} \cot\frac{\theta}{2} = \frac{zZe^2}{8\pi\epsilon_0 E} \cot\frac{\theta}{2}}$$

$E = K_\alpha$

وحيث أن عدد الجسيمات المتشتتة عند زاوية θ في عنصر الزاوية dθ =عدد الجسيمات التي تعبر الحلقة بين *b* و *b+db* :

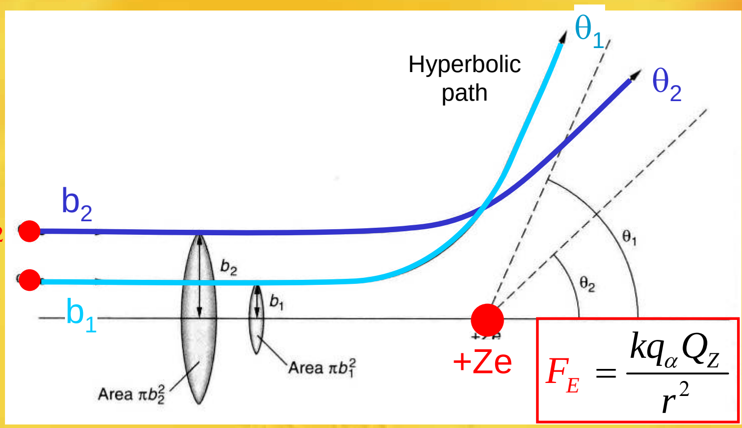
$$dn = I\sigma_d(\theta)(2\pi)\sin\theta \, d\theta = 2\pi I b \, db$$

$$\sigma_d(\theta) = \frac{b}{\sin\theta}\frac{db}{d\theta}$$

وبتفاضل *b* بالنسبة لـ θ من المعادلة السابقة ، والتعويض في $\sigma_d(\theta)$ نجد:

$$\boxed{\sigma_d(\theta) = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{zZe^2}{2mv_0^2}\right)^2 \csc^4\frac{\theta}{2}}$$

Equation **above** is at the heart of Rutherford's paper "The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom,"[6] 1911



$$\theta = 2\cot^{-1}\left[\left(\frac{m_\alpha v^2}{kq_\alpha Q_Z}\right)b\right]$$

$$b = \left(\frac{kq_\alpha Q_Z}{m_\alpha v^2}\right)\left(\cot\frac{\theta}{2}\right)$$

353 PHYS | Dr. Abdallah M.Azzeer | Page 7

$$\theta = 2\cot^{-1}\left[\left(\frac{m_\alpha v^2}{kq_\alpha Q_Z}\right)b\right]$$

حيث θ هي زاوية التشتت.

وm و v هي كتلة وسرعة جسيم α على التوالي

و q هي شحنة جسيم α .

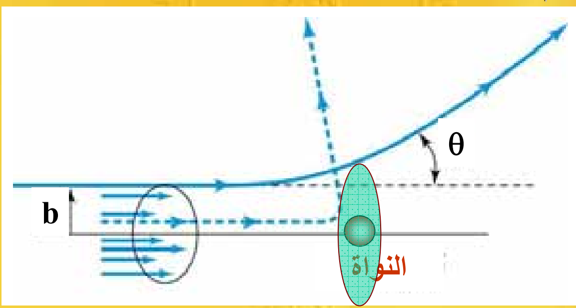
$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ ، و Q هي شحنة النواة.

و b هي بعد التصادم

353 PHYS | Dr. Abdallah M.Azzeer | Page 8

ويلاحظ أنه إذا سقط جسيم α الذي له بعد تصادمي b فإنه سوف يتشتت بزاوية مقدارها θ تعطى بالعلاقة السابقة.

فإذا نقص بُعد التصادم b فإن زاوية التشتت θ تزداد. كما هو مبين بالشكل

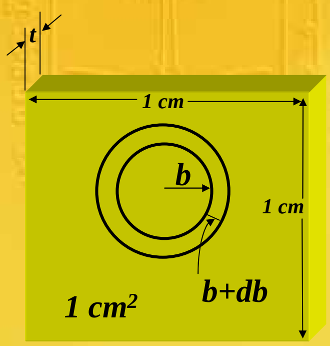


والمساحة المحيطة بالنواة πb^2 تسمى بمساحة مقطع (cross-section) التفاعل (σ)

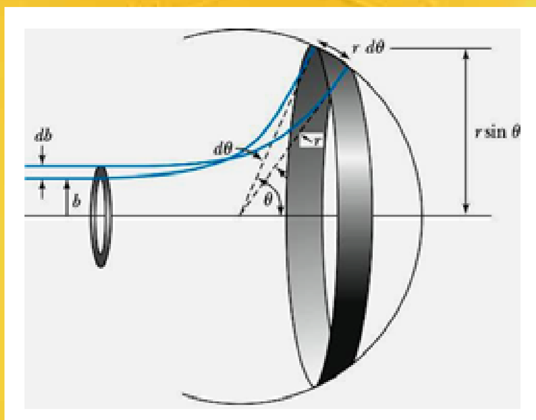
$$\boxed{\sigma = \pi b^2}$$

احتمال التشتت وتغيره مع زاوية التشتت scattering probability

اذا اسقطنا حزمة من جسيمات α في اتجاه عمودي على شريحة رقيقة سمكها t وتحتوي على n من الذرات في وحدة الحجوم فيكون عدد الذرات في وحده المساحة للشريحة هو (nt)



نفترض أن عدد جسيمات α الساقطة بين المسافة b و $b+db$ والمتشتتة بزاوية θ و $\theta+d\theta$ هو dN وأن عدد جسيمات α الساقطة على وحده المساحة من الشريحة هو N_0



وعليه فإن عدد الذرات الموجودة في الحلقة إلى عدد الذرات الموجودة في وحدة المساحة من الحلقة هو

$$\frac{dN}{N_0} = \frac{nt\,(2\pi b\ \mathrm{db})}{1\ \mathrm{cm}^2}$$

لذا يكون عدد جسيمات α الساقطة على الحلقة والمتشتتة بزاوية بين θ و $\theta+d\theta$ هو:

$$dN = N_0 nt\,(2\pi b\ \mathrm{db})$$

إن جسيمات α المتشتتة بين θ و $\theta+d\theta$ تخترق حلقة عرضها $r\,d\theta$ على سطح كروي نصف قطره r . إن نصف قطر الحلقة نفسها هو $r\sin\theta$. وعليه فإن مساحة الحاجز المستقبل للجسيمات المتشتتة dA هو:

$$dA = 2\pi r \sin\theta\, r d\theta$$

وعليه فإن عدد جسيمات α الساقطة على $1\ cm^2$ من الحاجز هو N_1 حيث:

$$N_1 = \frac{dN}{dA} = \frac{N_0 nt\,(2\pi b\ \mathrm{db})}{2\pi \mathrm{r} \sin\theta\ \mathrm{r}d\theta}$$

ولكن بعد التصادم b يعطي بالعلاقة :

$$\boxed{b = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{2Ze^2}{mv_0^2}\right)\left(\cot\frac{\theta}{2}\right)}$$

لذا

$$db = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{2Ze^2}{mv_0^2}\right)\left(\csc^2\frac{\theta}{2}\right)d\theta$$

وبإستخدام

$$\sin\theta = 2\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}$$

نجد أن عدد جسيمات α الساقطة على $1\ cm^2$ من الحاجز يمكن كتابتها على الصورة:

$$\boxed{N_1 = \frac{nt}{r^2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{e^4Z^2}{(mv_0^2)^2}\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}}$$

353 PHYS — Dr. Abdallah M.Azzeer — Page 13

$$\boxed{N_1 = \frac{nt}{r^2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{e^4Z^2}{(mv_0^2)^2}\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}}$$

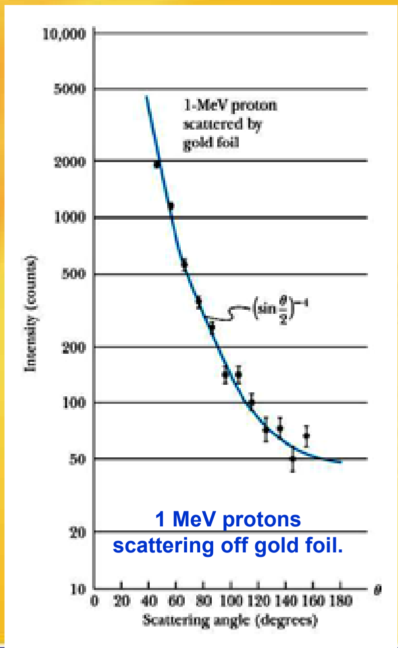
وهذه المعادلة تدعى بمعادلة رذرفورد للتشتت (Rutherford Scattering equation).

ويلاحظ من هذه المعادلة أن عدد جسيمات α المتشتتة لوحدة المساحة من الحاجز المستقبل للجسيمات المتشتتة عند الزاوية θ يتناسب مع:

- طردياً مع سمك الصفيحة t .
- طردياً مع عدد الذرات لوحدة الحجوم في الصفيحة n .
- طردياً مع مربع شحنة النواة (Ze) لذرات الصفيحة.
- عكسياً مع مربع الطاقة الحركية لجسيمات $\frac{1}{2}mv_0^2$ الساقطة .
- عكسياً مع القوة الرابعة لجيب نصف زاوية التشتت $\sin^4(\theta/2)$.
- عكسياً مع مربع بعد الحاجز عن الصفيحة.

353 PHYS — Dr. Abdallah M.Azzeer — Page 14

Rutherford scattering experiment

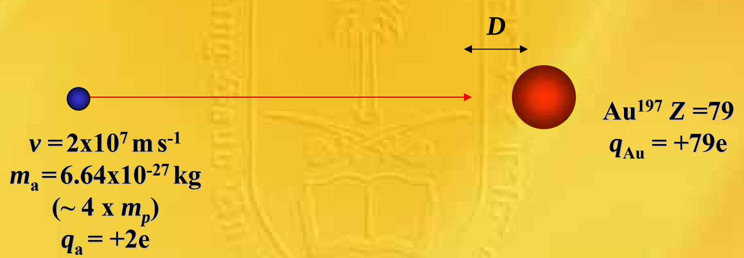


وقد تحققت هذه النتائج تجريبيا بواسطة **Geiger and Marsden**

بين الشكل المجاور تغير العدد N(θ) كدالة في زاوية التشتت عند ثبوت العوامل الأخرى.

ما هي أقرب مسافة يمكن لجسيمات α أن تقترب من نواة عنصر الهدف؟؟؟؟

عند توجيه جسيم α مباشرة نحو النواة (أي b = 0)



$$\boxed{K_\alpha = V = k\frac{2e(Ze)}{D}} \Rightarrow D = \frac{2ke^2 Z}{K_\alpha}$$

ولقد تم تحقيق كل هذه الاستنتاجات تجريبياً مما يدل على صحة نموذج رذرفورد للذرة "بأن الذرات تتكون من نوى موجبة متمركزة تحيط بها سحابه من الشحنات السالبة البعيدة نسبياً" وعليه اعتبر رازرفورد مكتشف نواة الذرة.

نجاح هذا النموذج جلب معه مشكلة جديدة وهي تفسير استقرار الذرة **Atomic stability**
فالاستقرار ناتج عن التوازن بين قوة الجذب الكهربائية بين الإلكترون والنواة وبين القوة (الطاردة) المركزية بينهما.

فحسب النظرية الكهرومغناطيسية التقليدية ينبعث عن حركة الإلكترون المعجلة إشعاع كهرومغناطيسي وبذلك تقل طاقة الإلكترون الحركية مما يؤدي إلى تغلب قوة الجذب على قوة الطرد ، وسيؤدي إلى أن يأخذ الإلكترون مسار حلزوني نحو النواة . مما دعى بوهر إلى الاعتماد والرجوع إلى نظرية الكم من أجل تقديم نظريته عن التركيب الإلكتروني والتي سوف نتطرق إليها مستقبلاً لاحقا.

Light emitted over the complete spectrum

EXAMPLE 5.1 Determine the differential and total scattering cross sections for elastic scattering of a very small sphere by a fixed sphere of radius R.

EXAMPLE 5.2 A beam of 5.0-MeV α particles is incident on a 1.0-μm-thick gold foil. The beam current is 1.0 nA. How many α particles per second are scattered through an angle greater than 60°?

READ AND STUDY HARD

مثال:

أوجد سمك صفيحة من الذهب التي تحدث تشتت بنسبة 1 % لجسيمات α ذات الطاقة 2 Mev بزاوية $\theta \geq 90°$ مع العلم بأن العدد الذري للذهب $(Z = 79)$، عدد الذرات في سم^3 = 6×10^{22} atoms/cm^3

$$\frac{dN}{N} = \frac{1}{100}$$

$$n = 6\times10^{22}\ \text{atoms/cm}^3 = 6\times10^{28}\ \text{atoms/m}^3$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{nt\,\pi b^2}{1cm^2} \quad ; \quad b = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{2Ze^2}{mv_0^2}\right)\left(\cot\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)\left(\frac{Ze^2}{\frac{1}{2}mv_0^2}\right)\left(\cot\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\theta \geq 90° \quad ; \quad Z = 79 \quad , \quad \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^{9}\ \text{Nm}^2/\text{C}^2$$

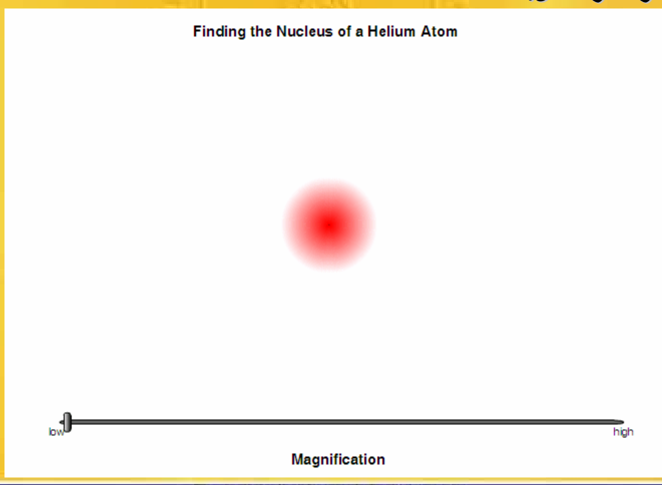
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 2\ MeV = 2\times10^{6}\times1.6\times10^{-19}\ \text{J} = 3.2\times10^{-13}\ \text{J.}$$

$$\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow \boxed{t = 17\times10^{-6}\ \text{m} = 17\ \mu\text{m}}$$

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 19

حجم وتركيب النواة
Size and structure of the nucleus

يبلغ نصف قطر الذرة حوالي 10^{-8} cm بينما يكون للنواة أصغر بكثير أي حوالي $\frac{1}{10,000}$ من نصف قطر الذرة ككل.

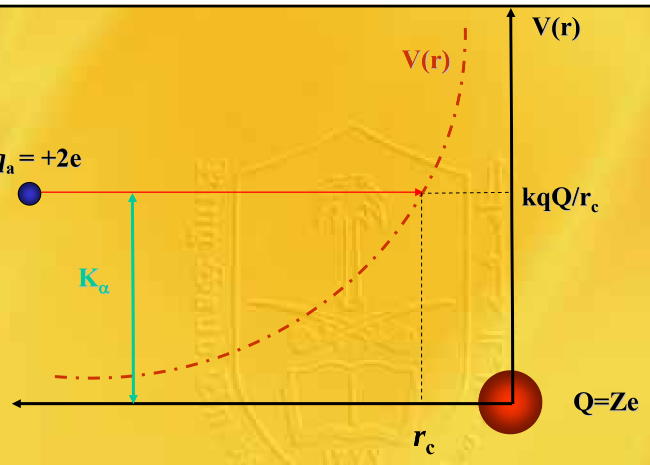


353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 20

ففي تجربة تشتت جسيمات α والتي تصل قريبة من النواة أي يكون التصادم مباشراً (HEAD ON) فإن جسيمات α تتشتت بزاوية 180 درجة.

نفترض أن جسيمات α ذات الطاقة الحركية K_α تصطدم بنواة ذرات الهدف لذا تزداد قوى التنافر بين جسيمات α ونوى الذرات

فعلى مسافة r_c حيث تكون جسيمات α أقرب إلى النواة ولحدوث التشتت بزاوية 180 درجة تكون الطاقة الحركية لها مساوية لقوى التنافر الكهروستاتيكية بين النواة وجسيمات α . حيث تستقر جسيمات α لفترة وجيزة ومن ثم تتشتت بزاوية 180 درجة كما هو مبين بالشكل.



لذا يمكن تخيل أن جسيمات α تصعد على منحدر جهد كهروستاتيكي محيط بالنواة حتى تصل إلى مسافة r_c من النواة وعندها تتحول كل طاقة جسيم α إلى طاقة كهروستاتيكية كامنة مما يؤدي إلى توقفها فترة زمنية قصيرة جداً . ومن ثم يبدأ جسيم α في النزول من المنحدر وبالتالي تعود إليها طاقة حركية ناتجة عن النزول من هذا المنحدر الجهدي .

وفي هذه الحالة يمكن القول بأن الطاقة الحركية تساوي الطاقة الكامنة لجسيم α عندما يكون على مسافة r_c من النواة أي أن

$$K_\alpha = \frac{1}{2} m v_0^2 = k \frac{qQ}{r_c}$$

وبما أن q =2e , Q =Ze

حيث q وهي شحنة جسيم α، Q شحنة النواة

$$\boxed{r_c = \frac{2kZe^2}{K_\alpha} = \frac{4kZe^2}{m v_0^2}}$$

استخدم رذرفورد جسيمات α الناتجة من عنصر الراديوم وذات الطاقة الحركية 7.68 Mev

وكذلك استخدام شريحة من الذهب كهدف وقد وجد أن قيمة $r_c = 3\times10^{-12}$ m

وبالمثل عندما استخدم شريحة من الألومنيوم كهدف وجد أن قيمة $r_c = 0.5\times10^{-12}$ m

إلاّ إن التجارب اللاحقة وجدت أن قيمة نصف قطر الذرة المستمد من نظرية رذرفورد غير دقيقة مما حد بـ فارويل Farwell سنة 1954م لإجراء عدة تجارب على تشتت جسيمات α الصادرة من مسرع جسيمات والتي كانت طاقتها ما بين 10 إلى 45 MeV واستخدام شريحة من الرصاص كهدف وقد وجد أن نصف قطر النواة يمكن كتابته على الصورة:

$$\boxed{R = r_0 A^{1/3}}$$

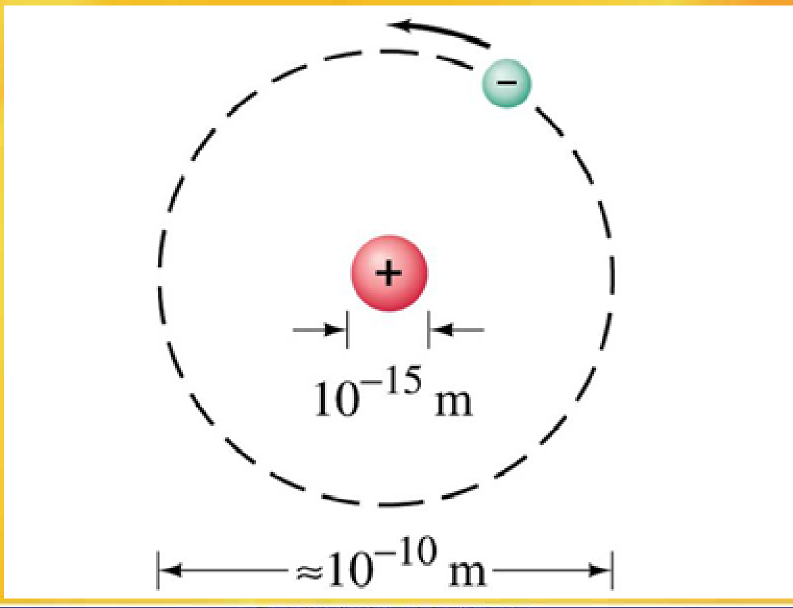
حيث A هو عدد الكتلة للنواة (Mass Number) و $r_0 = 1.414\times10^{-13}$ m

ويُعبر في بعض الأحيان عن أبعاد النواة بوحدة الفيرمي Fermi حيث $1\ F = 10^{-13}$ m

وبذلك يكون نصف قطر النواة بوجود الفيرمي (Fermi)

$$\boxed{R = 1.414\ A^{1/3}\ \text{F}}$$

Rutherford’s Atomic Model

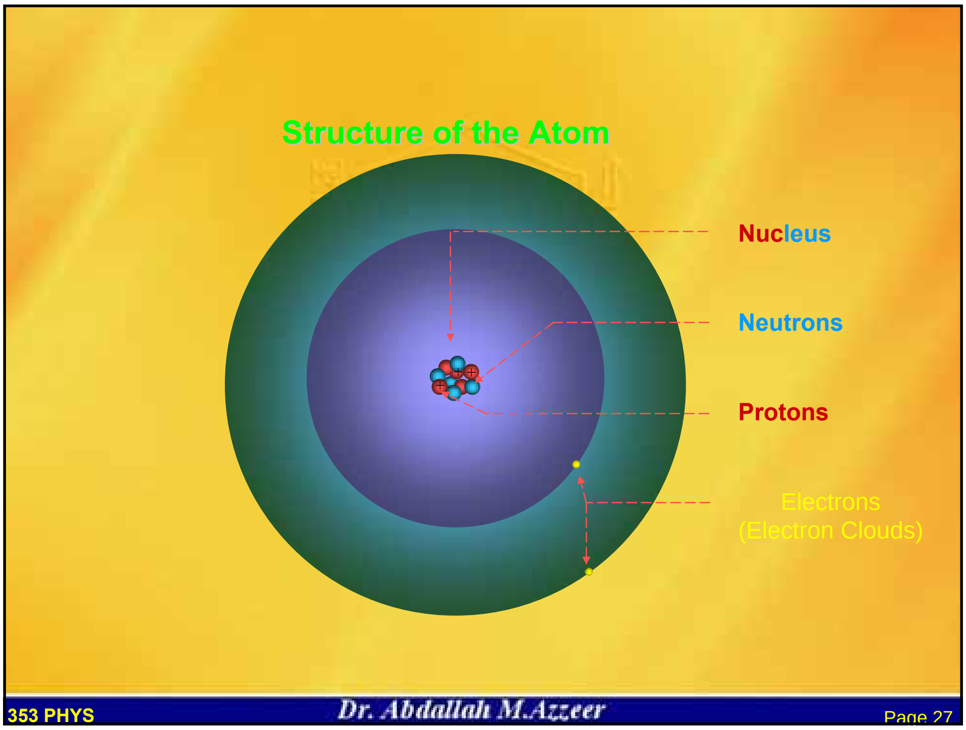


353 PHYS | Dr. Abdallah M.Azzeer | Page 25

وكما هو معروف هذه الأيام أن النواة تتكون من عدد من البروتونات Z وعدد من النيوترونات يساوي (A-Z) أي أن هناك A = Z+(A-Z) نيكليون (nucleon) والنيوكليون يطلق على البروتون والنيوترون على السواء.

ويمكن اختصار ما تقدم بأن الذرة التي نصف قطرها يساوي 10^{-8} cm تتكون من نواة نصف قطرها يعطي بالعلاقة $1.414\times10^{-13}\,A^{1/3}$ cm وتقع هذه النواة في مركز الذرة. ونواة هذه الذرة تتكون من عدد معين من النيكليون (nucleons) يساوي لـ A حيث يكون منها عدد Z من البروتونات والباقي (A-Z) من النيوترونات ويحيط بالنواة عدد Z مساوٍ لعدد البروتونات من الإلكترونات والتي تغطي المساحة المتبقية من الذرة.

353 PHYS | Dr. Abdallah M.Azzeer | Page 26



Structure of the Atom
Nucleus
Neutrons
Protons
Electrons
(Electron Clouds)
353 PHYS
Dr. Abdallah M.Azzeer
Page 27