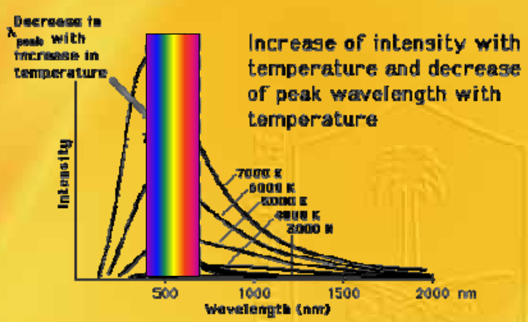
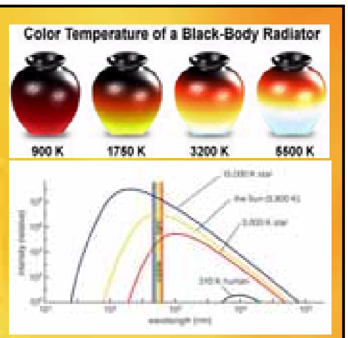
BLACKBODY RADIATION إشعاع الجسم الأسود

- مبادىء عامة:
- جميع الأجسام تبعث إشعاع بإستمرارمهما تكون درجة حرارتها
- التردد (اللون) الغالب يعتمد على درجة الحرارة
- غالبا ماتكون إشعاع تحت الحمراء عند درجة حرارة الغرفة
- إمكانية الجسم للإشعاع مرتبطه تقريبا بقابليته لإمتصاص الشعاع
- عند التوازن الحراري يكون معدل الإشعاع مساويا لمعدل الإمتصاص للجسم

فعند تسخين جسم ما يلاحظ إن الجسم عندما ترتفع حرارته يبدأ في إشعاع لون قريب من اللون الأحمر وعندها تكون درجة حرارة الجسم تقارب 700 درجة مئوية ثم بزيادة الحرارة يتحول إلى اللون البرتقالي وهكذا حتى يصل إلى اللون الأبيض والذي يدل على أن الجسم وصل إلى درجة جرارة 1200 درجة مئوية.





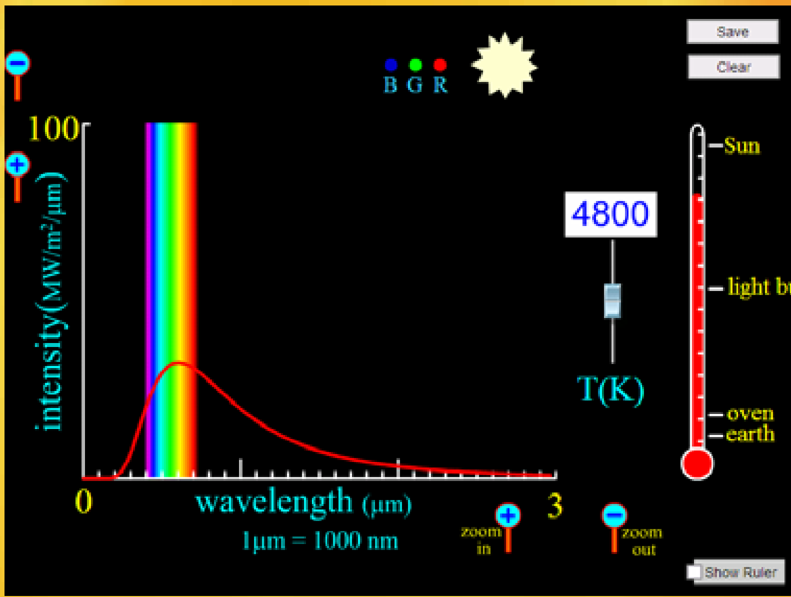
تعريف

معامل الإمتصاص(الإمتصاصية)= الإشعاع الممتص/الإشعاع الساقط

Absorption coeff=Radiation Absorbed/Radiation Incident

For Black Body ➨ a=1

Kirchhoff's Law ➨ Emissivity e=a



353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 3

<u>محاولات وتفسيرات العلماء للطيف المنبعث من الجسم الأسود</u>

<u>قانون ستيفان بولتزمان (Stefan-Boltzman Law)</u>

وجد ستيفان(Stefan) تجريبيا أن الطاقة الكلية المنبعثة من الجسم الأسود لكل وحدة مساحة تتناسب مع القوة الرابعة لدرجة حرارة الجسم . و أن هذه الطاقة تنبعث عند جميع الترددات وأقترح العلاقة التالية:

$$I(T) = \int_0^\infty I(\lambda,T)d\lambda = e\ \sigma\ T^4$$

$I(T) = e\,\sigma\,T^4$, $e \le 1$

$\sigma \equiv$ Stefan-Boltzman constant = 5.67×10^{-8} Watt/m^{2}K^4

T is the temperature in Kelvin

وثابت ستيفان لا يعتمد على المادة أو طبيعتها أو شكلها وهو ثابت عام.
وهذا القانون أثبته العالم بولتزمان باستخدام قوانين الديناميكا الحرارية وسمي باسميهما..

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 4

Example:

Estimate the surface temperature of the sun from the following information's:

the sun's radius R_s = 7.0×10^8 m

The average earth-sun distance R = 1.5×10^{11} m

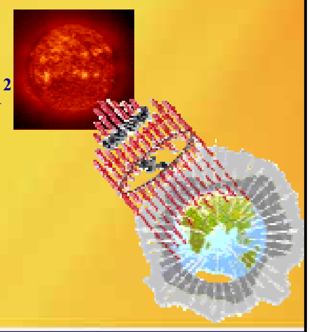
The power per unit area (total emissivity) from the sun is measured at the earth to be 1400 W/m^2

Assume the sun is blackbody

e=1

$I(R_s)= \sigma T4$

Conversion of energy ➡ $I(R_s).4\pi R_s^2 = I(R).4\pi R^2$



$$I(R_s) = I(R)\frac{R^2}{R_s^2} = \sigma T^4$$

$$\therefore\ T = \left[\frac{I(R)\times R^2}{\sigma R_s^2}\right]^{1/4} \approx 5800\ ^oK$$

Exercise

A heater filament has a radius of 2 mm and a length of 200 mm. If its surface temperature is 2000 K what is the net radiated power?

- Radiated heat from object of temperature T into surroundings with temperature T_0 is given by

$I = e\,\sigma A\,(T^{\,4} - T_0^{\,4})$

- Since T = 2000K and T_0 = 300 K the $T^{\,4}$ term will be much larger than the $T_0^{\,4}$ (check!) and so the rate of heat loss is

$I = e\,\sigma A\,T^{\,4}$

- Surface area of cylinder is given by

$A = 2\,\pi\, r\, l$ = 2 x 3.14 $\times$ (2 x 10^{-3} m) $\times$ 0.2m = 2.51×10^{-3} m^2

- We will assume that e = 1, thus

I = 1 $\times$ (5.67×10^{-8} W m^{-2} K^{-4})(2.5x10^{-3} m^2)(2000 K)^4 = 2.27 kW

Example:
Sunlight falls at the rate of 1.4 kW/m² on the earth's surface when the sun is directly overhead. The earth's orbital radius is 1.5×10^{11} m while the sun's radius is 7.0×10^{8} m. Find the temperature of the sun's surface.

Solution:
Intensity = Power/Area = P/A
Power = IA = $(1.4\times10^{3}\ \mathrm{W/m^2})(4\pi)(1.5\times10^{11}\ \mathrm{m})^2 = 3.96\times10^{26}$ W
total power radiated by the sun

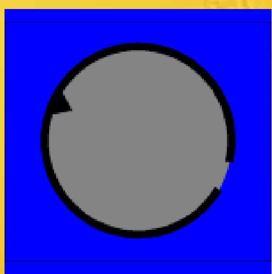
radiation rate from sun's surface:

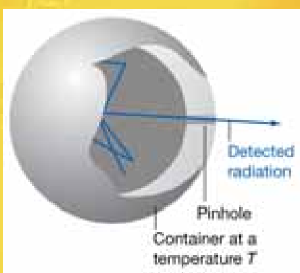
$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r_s^2} = \frac{3.96\times10^{26}\ \mathrm{W}}{(4\pi)(7.0\times10^{8})^2} = 6.43\times10^{7}\ \mathrm{W/m^2}$$

Let e=1

$$T = \left(\frac{I}{e\sigma}\right)^{1/4} = \left(\frac{6.43\times10^{7}}{(1)(5.67\times10^{-8})}\right)^{1/4} = 5.8\times10^{3}\ \mathrm{K}$$

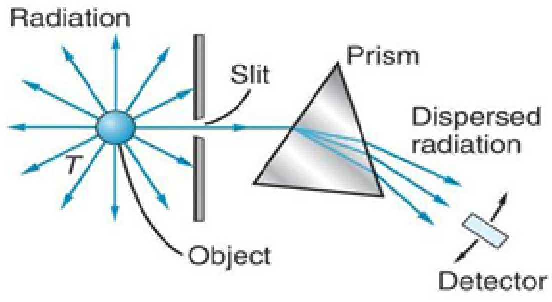
الجسم الأسود:
جسم مثالي يمتص جميع الإشعاعات عند جميع الترددات
الجسم الأسود المشع:
تجويف له ثقب صغير فإذا سقط شعاع إلى داخل الصندوق من خلال الثقب فإن الشعاع ينعكس على جدران الصندوق الداخلي حتى يتم امتصاصه بالكامل.
مملوء بالاشعاع عند التوازن الحراري
مملوء بأمواج مستقرة عند التوازن الحراري



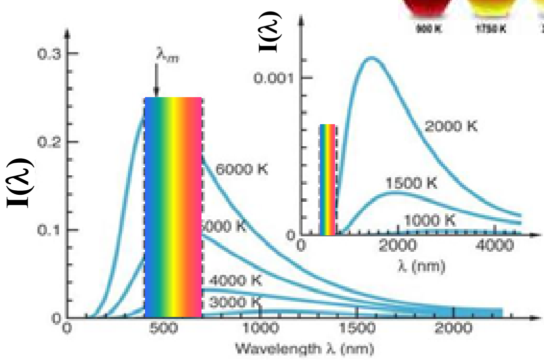


Spectrum of black body radiation   طيف إشعاع الجسم الأسود

كيف يتم قياس شدة الإشعاع لكل طول الموجي منبعث من الجسم الأسود



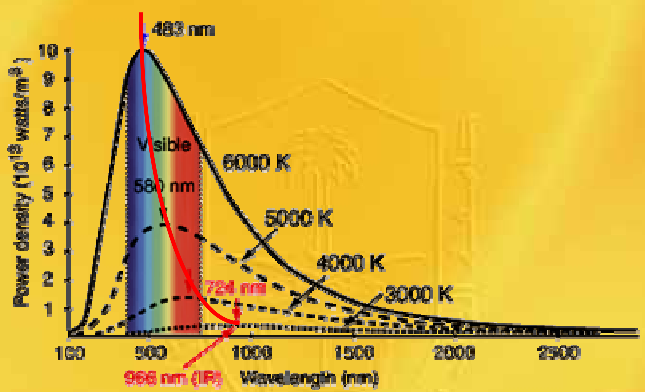
Black body spectral curve



تعتمد الأشعة المنبعثة من الجسم بالإضافة إلى درجة حرارته على عدة عوامل مثل نوع مادة الجسم ولذلك تم تعريف جسم مثالي عبارة عن جسم اسود قادر على امتصاص كافة الأشعة الساقطة عليه وهذا الجسم عبارة عن تجويف له ثقب صغير فإذا سقط شعاع إلى داخل التجويف من خلال الثقب فإن الشعاع ينعكس على جدران التجويف الداخلي حتى يتم امتصاصه بالكامل

وبدراسة الانبعاث الحراري المنبعث من الجسم الأسود عند درجات حرارة مختلفة وجد عملياً أن الإشعاع المنبعث من الجسم الأسود له طيف متصل يتسم بالملاحظات التالية:

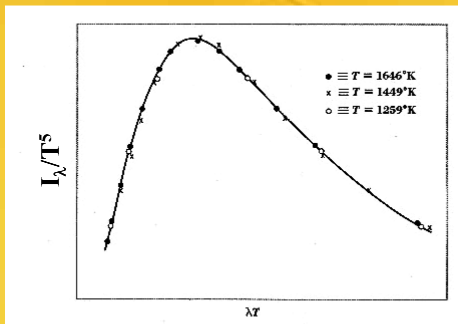
- أن هناك توزيعاً معيناً لشدة الإشعاع المنبعث من الصندوق الأسود كدالة في الطول الموجي (λ).
- أن كمية الإشعاع الكلية المنبعثة $\left(\int_0^\infty I(\lambda)d\lambda\right)$ تزداد مع درجة الحرارة (T) .
- أن موضع الطول الموجي الذي يكون عنده الإشعاع الحراري اكبر ما يمكن (λ_{max}) ينزاح إلى أطوال موجية اقل بزيادة درجة الحرارة كما هو موضح في الشكل



قانون فينز للإزاحة (Wien's Displacement Law)

$$\boxed{\lambda_{max}\,.T = \text{constant} = 2.898\times10^{-3}\ \text{m.K}}$$

- قام فينز بوضع معادلة لتفسير توزيع كثافة الطاقة على الأطوال الموجية في حدود المدى من λ و λ+dλ مستندا على علاقات الثيرموديناميك

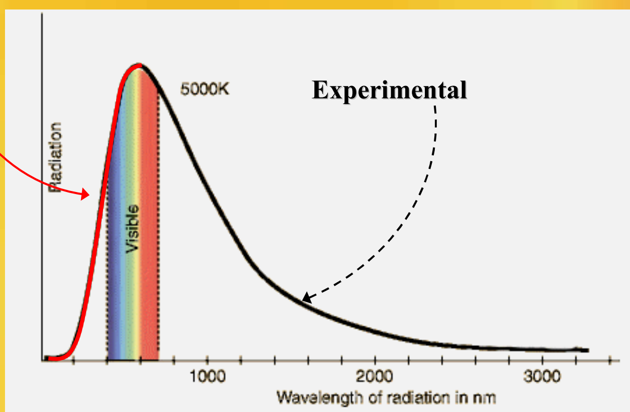


حيث أن C_1, C_2 ثوابت اختيارية لمطابقة المعادلة مع النتائج العملية ووجد أن هذه المعادلة تنطبق على إشعاع الجسم الأسود عن الترددات العالية فقط (الأصول الموجية القصيرة).

$$\frac{I_\lambda}{T^5} = f(\lambda T)$$

$$\Rightarrow I(\lambda) \propto e^{-C_1/\lambda T} = e^{-C_2 \nu/T}$$

Wien's Displacement Law



قانون رايلى جينز Rayleigh-Jeans Formula

اعتبر رايلي وجينز أن الجسم الأسود مكون من عدد كبير من المتذبذبات المشحونة التي تتحرك حركة توافقية بسيطة (simple harmonic motion) وهذه المتذبذبات المشحونة تطلق أشعة كهرومغناطيسية أثناء حركتها بحيث تكون كثافة توزيع الطاقة المنبعثة من الجسم الأسود مساوية لكثافة الطاقة للمتذبذبات عند الاتزان الحراري. وأن التوزيع الطيفي لإشعاع الجسم الأسود يكون على الصورة:

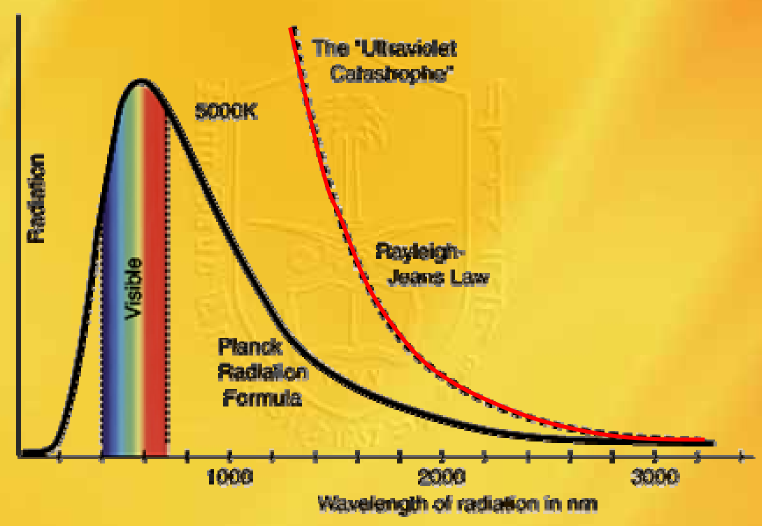
$$I(\lambda,T) = \frac{2\pi c k_B T}{\lambda^4}$$

حيث $k_B\,T$ تعطي قيمة متوسط طاقة المتذبذبات و k_B هو ثابت بولتزمان

ولكن هذه الفرضية لرايلي وجينز تتفق تجريبا مع طيف الجسم الأسود للأطوال الموجية الطويلة (الترددات الموجية القصيرة) ولم تتفق في المناطق من الطيف ذو الأطوال الموجية القصيرة وبالتالي فشلت في تفسير طيف الجسم الأسود.

ويطلق على عدم تطابق الفرضية في المناطق من الطيف ذو الأطوال الموجية القصيرة بكارثة الأشعة الفوق بنفسجية ultra-violet catastrophe

353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 15

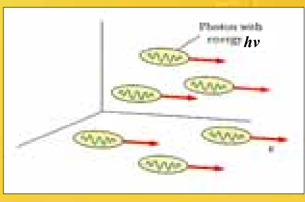


353 PHYS Dr. Abdallah M.Azzeer Page 16

نظرية بلانك لإشعاع الجسم الأسود Planck's Theory for Black-Body Radiation

وضع بلانك (1900) بعض الافتراضات على أساس النظرية الكمية للإشعاع على النحو التالي:

(1) أن طاقة الإشعاع الكهرومغناطيسي تُبعث أوتُمتص بصورة متقطعة على شكل دفعات من الطاقة ويطلق على دفعات الطاقة هذه بالكمّات (quanta) أو الفوتونات (photons) . وأن الكمات التابعة لنفس التردد ν للضوء تمتلك نفس الطاقة ، وأن هذه الطاقة E تتناسب مع ν ، أي أن:



$$E=h\nu$$

حيث h مقدار ثابت ($h = 6.6\times10^{-34}$J.s)

(2) أن المهتز أو المتذبذب (الجزيئات) لها مجموعة قيم محددة وممكنة من الطاقة وأن كمية الطاقة المنبعثة أو الممتصة من المتذبذب في الجسم الأسود ترتبط بالإنتقال بين مستويات الطاقة

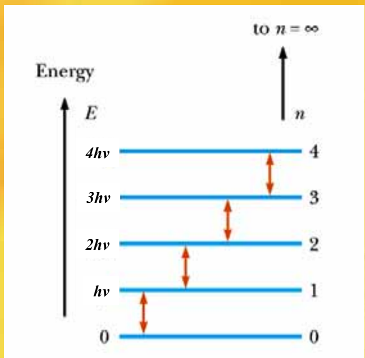
$$E_n = nh\nu$$

Where n is the principle quantum number (n = 0, 1, 2, 3, …….)

فإذا كانت n=0 يكون المتذبذب في أدنى قيمة له في الطاقة ويسمى *Ground Level* أما إذا كانت n=1 فإن المتذبذب يكون في مستوى طاقة رقم (1) وهكذا ....

يلاحظ أن بلانك ادخل مبدأ التكميم على المتذبذبات في الجسم الأسود وأنها لها طاقات محددة وبقيم محددة بالعدد الكمي n ولا وجود لقيم متصلة للطاقة كما افترض رايلي وجينز.

وعند امتصاص أشعة أو انبعاثها من الجسم الأسود فإن طاقتها تساوي فرق الطاقة بين مستويات الطاقة للمتذبذبات بحيث إن $\Delta E=h\nu$



Allowed energy levels for an oscillating molecule: Allowed transitions are indicated by the double headed arrows.

وقد إستخدم بلانك توزيع ماكسويل وبولتزمان الإحصائي

$$N_n = N_0 e^{-E_n/k_B T}$$

حيث N_n تمثل عدد الجزيئات ذات الطاقة E_n و N_0 هو عدد الجزيئات في النظام عند الإتزان الحراري

وعلى أساس هذه الفرضيات تمكن بلانك من اشتقاق قانون بلانك لإشعاع الجسم الأسود الذي فسر النتائج العلمية

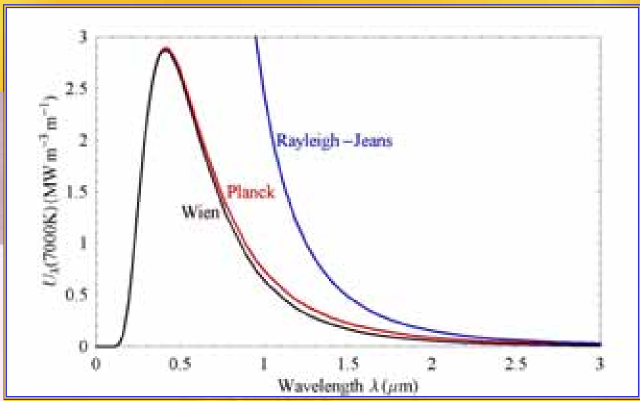
$$\boxed{I(\lambda,T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}}$$

$$\boxed{I(\nu,T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}\,\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}}$$

When Planck first presented his theory most scientists (including Planck himself) did not consider the theory to be realistic!

Subsequent developments however showed that his theory represented the start of one of the most important theories in Physics:

QUANTUM PHYSICS



- Planck result fits experiment perfectly
- R-J is accurate in infrared but diverges in ultraviolet
- Wien works well except in the infrared

$$I(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT)-1}d\nu$$

As $\nu \to \infty$, I (ν) d$\nu \to 0$

As $\nu \to 0$,

$e^{h\nu/kT} - 1 \approx 1+(h\nu/kT)-1=h\nu/kT$ (using $e^x = 1+x$ for small x)

Substitute into Plack law

➡I(ν) dν = 8πkT(ν^2/c^3) dν

which is Rayleigh's-Jeans Law for very low frequency

$$I(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT)-1}d\nu$$

What's this I (λ) ?

We know $\nu = c/\lambda$ so $d\nu = -(c/\lambda^2)d\lambda$
And define $I(\lambda)d\lambda = -I(\nu)d\nu$

so $I(\lambda) = -I(\nu)d\nu/d\lambda = I(\nu)c/\lambda^2$

$$I(\lambda)d\lambda = \frac{8\pi h}{\lambda^3}\frac{c}{\lambda^2}\frac{d\lambda}{\exp[hc/(\lambda kT)]-1} = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{d\lambda}{\exp[hc/(\lambda kT)]-1}$$

Note: both Stefan's Law & Wien's Displacement law Can Be derived from the Plank formula

Exercise

Determine the wavelength of maximum emission for the human body (37° C), assuming a Black-Body distribution of the emitted EM radiation.

$$I = \frac{8\pi hc}{\lambda^5\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)}$$

$h = 6.62608\times10^{-34}\ J\ s$, $c = 2.99879\times10^{+8}\ m\ s^{-1}$, $k = 1.38065\times10^{-23}\ J\ K^{-1}$, $T = 310\ K$

The maximum in the energy distribution is obtaining solving:

$$\frac{dI}{d\lambda} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{8\pi hc}{\lambda^5\left(e^{hc/\lambda kT}-1\right)}\right)_{T=310} = 0$$

...

$$\lambda_{max}\times\left(1-\frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda_{max}kT})}\right) = \frac{1}{5}\times\frac{hc}{kT}$$

$$\text{If } \frac{hc}{\lambda_{max}kT} >> 1 \Leftrightarrow \frac{hc}{kT} >> \lambda_{max}$$

$$\lambda_{max}\cdot\left(1-\frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda_{max}kT})}\right) \sim \lambda_{max} = \frac{1}{5}\cdot\frac{hc}{kT} = 9.282\,\mu m$$

Example

The temperature of human skin is approximately 35 C. What is the peak wavelength in the radiation it emits?

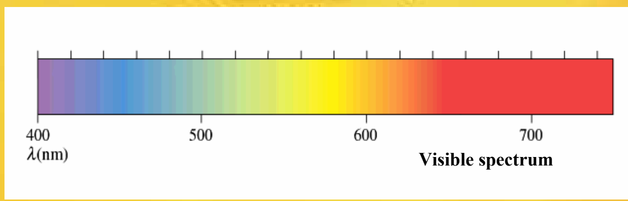
Solution: From Wien's Displacement law we have

$\lambda_{max}\ T = 0.2898 \times 10^{-2}$ **m.K**

ie $\lambda_{max} = 0.2898 \times 10^{-2}$ **m.K / 308**

$= 9.4$ **micrometres**

The radiation is in the infrared region of the spectrum.



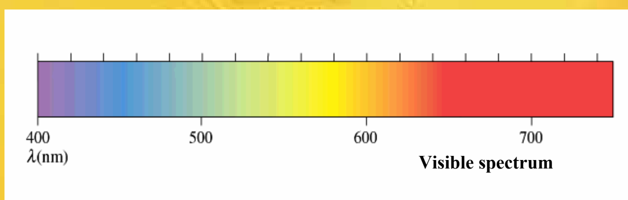
Example

a) Assuming that the tungsten filament of a light bulb is a black body, determine its peak wavelength if its temperature is 2900 K.

$\lambda_{max}\ T = 0.2898 \times 10^{-2}$ **m.K**

$\lambda_{max} = 0.2898 \times 10^{-2}$ **m.K / 2900** $=$ **1 micrometre**

Although the light bulb gives off white light (ie including frequencies down to 250nm) its peak intensity occurs in the infrared region of the spectrum. Most of the radiation therefore is though heat!



EXAMPLE 40.2 The Quantized Oscillator

A 2.0-kg mass is attached to a massless spring of force constant $k = 25$ N/m. The spring is stretched 0.40 m from its equilibrium position and released. (a) Find the total energy and frequency of oscillation according to classical calculations.

Solution The total energy of a simple harmonic oscillator having an amplitude A is $\frac{1}{2}kA^2$ (Eq. 13.19). Therefore,

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}(25\text{ N/m})(0.40\text{ m})^2 = \boxed{2.0\text{ J}}$$

The frequency of oscillation is (Eq. 13.16)

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{25\text{ N/m}}{2.0\text{ kg}}} = \boxed{0.56\text{ Hz}}$$

(b) Assume that the energy is quantized and find the quantum number, n, for the system.

Solution If the energy is quantized, we have $E_n = nhf$, and from the result of part (a) we get

$$E_n = nhf = n(6.626 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})(0.56\text{ Hz}) = 2.0\text{ J}$$

$$n = \boxed{5.4 \times 10^{33}}$$

(c) How much energy is carried away in a one-quantum change?

Solution The energy carried away in a one-quantum change is

$$E = hf = (6.63 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})(0.56\text{ Hz}) = \boxed{3.7 \times 10^{-34}\text{ J}}$$

The energy carried away by a one-quantum change in energy is such a small fraction of the total energy of the oscillator that we could not expect to see such a small change in the system. Thus, even though the decrease in energy of a spring-mass system is quantized and does decrease by small quantum jumps, our senses perceive the decrease as continuous. Quantum effects become important and measurable only on the submicroscopic level of atoms and molecules.