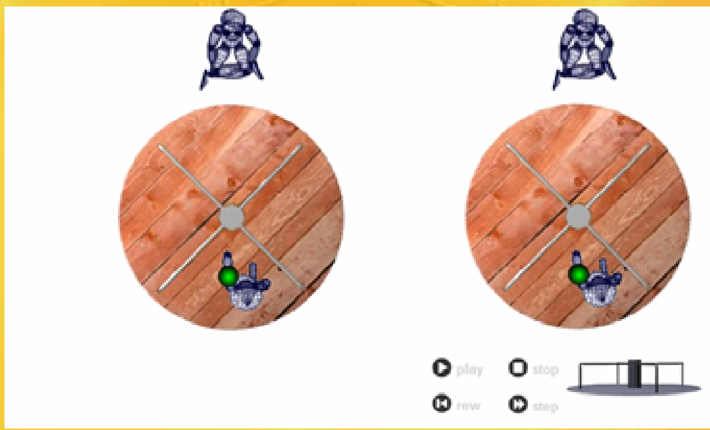
Einsteins Postulates and Lorentz Transformations
فرضيات اينشتين وتحويلات لورنتز



SPECIAL RELATIVITY

فرضيات اينشتين 1905م

- **الفرضية الأولى : (مبدأ النسبية) (مبدأ التطابق)**

ينص على أن (قوانين الفيزياء تظل كما هي أي غير قابلة للتغير في كل المراجع القصورية) بمعنى أن العلاقة الرياضية لقانون ما يظل ثابتاً وجميع القصورية متطابقة (equivelent).

- **الفرضية الثانية: مبدأ ثبات سرعة الضوء**

وينص على أن سرعة الضوء في الفراغ ثابتة دائماً وتساوي c ولا تعتمد على الحركة النسبية للمرجع القصوري أو على الراصد أو على المصدر.

- استناداً للفرضية الأولى

فإن قوانين الميكانيك والكهرومغناطيسية ثابتة تحت جميع التحويلات وهذا يجعل هناك اتحاد بين فرعي الفيزياء . وكذلك ينص أن المرجع القصوري المطلق (مثل الأثير) غير موجود على الإطلاق .

- والفرضية الثانية

عبارة عن حقيقة تجريبية تتعارض مع تحويلات جاليلو ويمكن أن تجمع فرض انيشتين في قانون فيزيائي واحد وهو أن سرعة الضوء كمية فيزيائية أساسية ثابتة ولا تتغير.

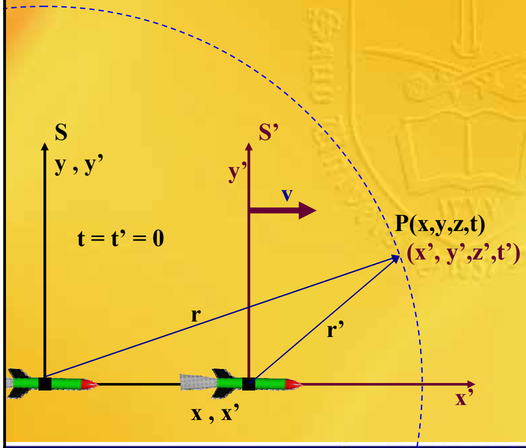
ومع أن هاتين الفرضيتين سهلة في منطقها ولكنها أدت إلى نتائج باهرة كما سوف نشاهدها مستقبلاً.

- في البداية دعنا نشتق المعادلات التحويلية من مرجع قصوري إلى مرجع آخر يتحرك بسرعة نسبية منتظمة.
- بإفتراض أن هذه التحويلات يمكن تطبيقها في حالتي الميكانيا النيوتونية والكهرومغناطيسية هذه التحويلات اشتقها أينشتين وسميت بتحويلات لورنتز الذي قام في العام 1890م باشتققها خلال دراسته عن النظرية الكهرومغناطيسية.

Lorentz Coordinate transformation
تحويلات لورنتز الإحداثية

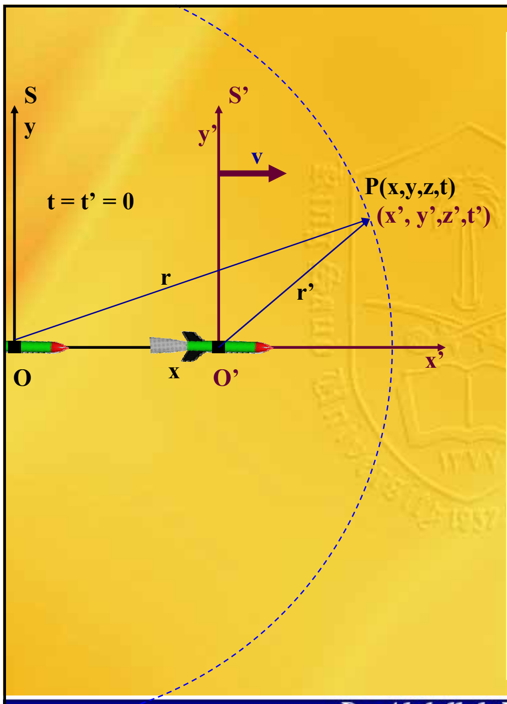
- وجدنا أن تحويلات جاليليان لا تنطبق على الأجسام التي تقترب سرعتها من سرعة الضوء c
- في هذا الفصل سوف نقوم باشتقاق تحويلات المعادلات الصحيحة والتي تنطبق على الأجسام التي لها سرعة $0 \leq v < c$

هذه التحويلات تسمى بتحويلات لورنتز



افترض صاروخ يسير بسرعة في اتجاه كما يشاهد في الشكل إذا كان إطار المرجع للصاروخ هو S' وإحداثياته هي: x',y',z',t' بينما يكون الإطار المرجعي للراصد الثابت هو S وإحداثياته هي: x,y,z,t

وبافتراض أن مصباح ذو نبضات مثبتة في الصاروخ ويرسل نبضات ضوئية عند اللحظه التي يكون فيها محاور S ، S' متطابقان



عند لحظة انطفأ المصباح تكون نقطة الأصل متطابقة ونعرف بأن $t = t' = 0$

إن الإشارة الضوئية تنتشر كأمواج كروية حيث يكون مركزها عند النقطة O. وبعد وقت لاحق تكون النقطة P مثلاً على مقدمة الموجة الكروية على بعد r من O وعلى بعد r' من O' كما هو مبين بالشكل .

وبالإشارة إلى فرضية أنيشتين الثانية والتي تنص على أن سرعة الضوء يجب أن تكون مساويى لـ c لكلا الراصدين.

وعليه فإن المسافة إلى النقطة P على مقدمة الموجه والمقاسه بواسطة الراصد في النظام S تعطي بالعلاقة $r = ct$

بينما تكون المسافة بواسطة الراصد في النظام تعطي بالعلاقة $r' = ct'$

إذا قبلنا بفرضية اينشتين الثانية فإنه يجب أن يكون الزمنين t و t' اللازمين لكي تصل النبضة إلى النقطة P مختلفان.

وهذا مخالفاً لتحويلات جاليلو التي تنص على أن t = t' .

إن نصف قطر الكرة التي تقع النقطة P على سطحها ، يصفها الراصد في النظام S بالمعادلة :

$$x^2+y^2+z^2=r^2$$

$$x^2+y^2+z^2=c^2t^2 \qquad (1)$$

والراصد في النظام S' يصف نصف قطر هذه الكرة بالعلاقة :

$$(x')^2+(y')^2+(z')^2=(r')^2$$

$$(x')^2+(y')^2+(z')^2 = c^2\, t'^2 \qquad (2)$$

وحيث أن حركة S' في اتجاه xx' فإن إحداثيات y و z لها نفس القياس من وجهة نظر الراصدين في S و S' وعليه فإن :

$$y = y' \ \& \ z = z'$$

وبطرح المعادلة (2) من (1) نجد أن :

$$x^2 - (x')^2 = c^2t^2 - c^2\, t'^2 \qquad (3)$$

$$x^2 - c^2t^2 = (x')^2 - c^2\, t'^2 \qquad (4)$$

والآن نريد إيجاد علاقة كما هو في تحويلات جاليلو والتي تصلح للتطبيق في حالة الميكانيكا التقليدية.

والمطلوب إيجاد x' و t' بدلالة x و t أي :

$$x' = x'(x,t) \ \& \ t' = t'(x,t)$$

نفترض أن هذه التحويلات خطية (linear) على الصورة :

$$x' = a_{11}x + a_{12}t \qquad (5)$$

$$t' = a_{21}x + a_{22}t \qquad (6)$$

حيث $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ ثوابت المراد إيجادها.

(وقد افترضنا التحويل الخطي ليمثل ظاهرة واحدة تحدث في نظام واحد يمكن تفسيرها في نظام آخر . ولكن في حالة التحويل ذو الدرجة الثانية فإنه يمثل أكثر من ظاهرة واحدة في النظام الآخر)

والآن نعتبر حركة نقط الأصل لـ S' حيث $x' = 0$ عند $t' = 0$
وبالنسبة للنظام S نجد أن النظام S' يتحرك بسرعة v حيث $x = vt$
ومن المعادلة (5) نجد أن :

$$0 = a_{11}\,vt + a_{12}\,t$$

$$\therefore a_{12} = -a_{11}\,v$$

$$\therefore x' = a_{11}(x - vt) \qquad (7)$$

$$t' = a_{21}x + a_{22}t \qquad (8)$$

وبالتعويض في المعادلة (4) نجد :

$$(a_{11}^2 - c^2a_{21}^2 - 1)x^2 - 2(va_{11}^2 + c^2a_{21}a_{22})xt - (c^2a_{22}^2 - v^2a_{11}^2 - c^2)t^2 = 0$$

وحل هذه المعادلة يكون بجعل المعاملات مساوية للصفر .

$$a_{11}^2 - c^2a_{21}^2 = 1$$

$$va_{11}^2 + c^2a_{21}a_{22} = 0$$

$$c^2a_{22}^2 - v^2a_{11}^2 = c^2$$

وبحل هذه المعادلات نجد أن :

$$a_{11} = a_{22} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$a_{21} = \frac{-v/c^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{-\beta/c}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\gamma\frac{\beta}{c}$$

حيث $\beta = \frac{v}{c}$ و $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

وبالتعويض عن هذه المعاملات في معادلات (5) و (6) نجد أن :

معادلة التحويلات الإحداثية للورنتز من النظام S إلي النظام S’

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$y' = y$$
$$z' = z$$
$$t' = \gamma\left(t - \frac{\beta}{c}x\right)$$

معادلة التحويلات الإحداثية للورنتز من النظام S’ إلي النظام S (إستبدل v بـ -v) و $x',y',z',t' \to x,y,z,t$

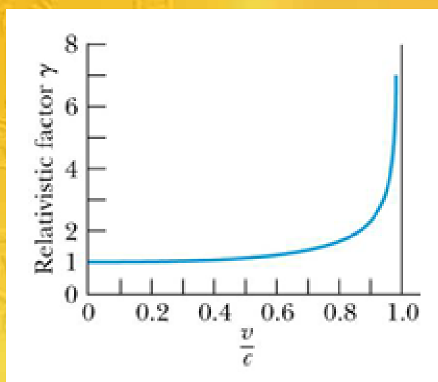
$$x = \gamma(x' + vt')$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{\beta}{c}x'\right)$$

Properties of γ

- Recall that $\beta = v/c < 1$ for all observers.

γ equals 1 only when $v = 0$.
In general:

$$\gamma \geq 1$$



Graph of γ vs. β:
(note $v < c$)

مبدأ التناظر

correspondence principle

أي نظرية جديدة في الفيزياء

لابد أن تؤول إلي النظرية الأقل عمومية منها

$$For \quad v \to 0 \quad \Rightarrow \frac{v}{c} << 1 \ , \ \frac{v^2}{c^2} <<<< 1$$

$$\Rightarrow x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

وهذه تحويلات جاليلو Galilean Transformation

أي أن :

$$\lim_{v \to 0} [Lorentz \ \ transformations] = [Galilean \ \ transformations]$$

No speed greater than c, WHY?

For v>c → $\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}$ gives imaginary

Physically, its not possible to have space and time imaginary