

أجب عن الأسئلة الآتية

س١ : أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

- (أ) إذا كانت G غير إبدالية فإن $|Aut(G)| > 1$
 (ب) إذا كانت G إبدالية رتبها n فإن عدد أصناف ترافقها $n = n$
 (ج) لا توجد زمرة بسيطة G رتبها p^n حيث $n \in \mathbb{Z}^+$
 (د) إذا كانت $H \leq G$ فإن H تؤثر على G حيث $(g, h) * = g * h = h g h^{-1}$

س٢ : (أ) متى نقول بأن ϕ تبديلة زوجية في S_n ؟
 (ب) عرّف زمرة التناوب A_n ثم أثبت أن $A_n \leq S_n$

س٣ : (أ) متى نقول بأن $G | S$ (تؤثر على S) ؟
 (ب) إذا كانت $\sigma_1, \sigma_2 \in S_6$ حيث $\sigma_1 = (1, 9)(2, 8)(3, 7)(4, 6)$
 $\sigma_2 = (2, 9)(3, 8)(4, 7)(5, 6)$

فأجب عما يأتي :-
 أولاً : أكمل الفراغات الآتية :-
 (i) $\sigma = \sigma_1 \sigma_2 = \dots$ (ii) $\sigma^3 = \dots$
 (iii) $| \sigma | = | \langle \sigma \rangle | = \dots$ (iv) $| N_{S_6}(\sigma^3) | = \dots$

ثانياً : إذا كانت $G | S$ حيث $G = \langle \sigma \rangle$ و $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ فاملأ الفراغات الآتية :-

1 $G_1 = \{ \phi \in G \mid \phi = 1 \} = \dots$

2 $S_{\sigma^3} = \{ x \in S \mid x \sigma^3 = x \} = \dots$

3 طول مدار $1 = | G | = \frac{| S |}{| G_1 |} = \dots$