جامعة الملك سعود / كلية العلوم	بسـم الله الرحمن الرحيم	الفصل الثاني ١٤٢٩ / ١٤٣٠ هـ
قســـم الرياضيات	الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض	الزمن : ساعة و نصف

السؤال الأول : (١٢ درجة)

أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:-

(١) إذا كانت G زمرة رتبتها 529 فإنها زمرة إبدالية وبسيطة.

(٢) إذا كان $\varphi:S_4 \to S_4$ تطبيقا ، حيث $\varphi(x)=x^{-1}$ فإن $\varphi \in Aut(S_4)$.

(٣) إن عدد أصناف الترافق في S_5 يساوى 7 .

(٤) لا توجد زمرة جزئية في G رتبتها 11 ، حيث $|G|=1452$.

(٥) إذا كانت $G=<\alpha,\beta>$ ، حيث : $\alpha=(1,5)(2,6);\ \beta=(1,3,5)(2,4,6)$ فإن G زمرة زوجية رتبتها 6.

(٦) إن $G \le A_6$ ، حيث G الزمرة الواردة في الفقرة (5).

السؤال الثاني : (٨ درجات)

(أ) أعط مثالا واحدا فقط لزمرتين منتهيتين متماثلتين ولكنهما غير متساويتين.

(ب) متى نقول إن $G|_S$ (G تؤثر على S)؟

(جـ) إذا كانت $G|_S$ ، حيث :

$S=\{1,2,3,...,10\}; G=<\{\sigma:\sigma=(2,4,6,8)(5,10)\}>$ فأكمل الفراغات الآتية :-

(١) $r=$ عدد مدارات S تحت تأثير G $=\frac{1}{|G|}\sum_{g\in G}|S_g|=....=.....$

(٢) $S_{\sigma^2}=\{.....|.....\}=\{.....\}\Rightarrow|S_{\sigma^2}|=.....$.

(٣) $G_5=\{.....|.....\}=\{.....\}\Rightarrow|G_5|=.....$.

(٤) $|5G|=[.....:.....]=.....$ = طول مدار 5.

(٥) $S_G=\{.....|.....\}=\{.....\}\Rightarrow|S_G|=.....$

جامعة الملك سعود / كلية العلوم	بسـم الله الرحمن الرحيم	الفصل الثاني ١٤٢٩ / ١٤٣٠ هـ
قســـم الرياضيات	الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض (نموذج الإجابة)	الزمن : ساعة و نصف

السؤال الأول : (١٢ درجة)

أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:-

(١) عبارة خاطئة ، لأن $|G| = 529 = (23)^2$ وبالتالي فهي زمرة إبدالية ولكنها ليست بسيطة لأنها تملك زمرة جزئية فعلية ناظمية غير تافهة رتبتها 23 (حسب مبرهنة كوشي).

(٢) عبارة خاطئة ، لأن φ ليس تشاكلا ، حيث أن :

$$\varphi(xy) = (xy)^{-1} = y^{-1}x^{-1} \neq x^{-1}y^{-1} = \varphi(x)\varphi(y)$$

(٣) عبارة صائبة ، لأن عدد تجزيئات العدد $P(5) = 7$.

(٤) عبارة خاطئة ، لأن $|G| \mid 11$.

(٥) عبارة صائبة ، لأن : $\alpha^2 = \beta^3 = e = (1); \alpha^{-1}\beta\alpha = \beta^{-1}$.

(٦) عبارة صائبة ، لأن كلا من α و β تبديلة زوجية.

السؤال الثاني : (٨ درجات)

(أ) $H \cong G$ ، حيث G الزمرة الواردة في الفقرة (5) من السؤال الأول و $H \cong S_3$.

(ب) نقول إن G تؤثر على S إذا وجد تطبيق $*: S \times G \to S$ يحقق الشرطين :

$$(1)\ a * e = ae = a, \forall a \in S \wedge e \in G$$
$$(2)\ a * (g_1 g_2) = (a * g_1) * g_2 = (ag_1)g_2, \forall a \in S, g_1, g_2 \in G$$

(جـ)

(١) عدد مدارات S تحت تأثير G $= r = \frac{1}{|G|}\sum_{g \in G}|S_g| = \frac{1}{4}[4+6+4+10] = 6$

(٢) $S_{\sigma^2} = \{x \in S | x\sigma^2 = x\} = \{1,3,5,7,9,10\} \Rightarrow |S_{\sigma^2}| = 6$.

(٣) $G_5 = \{g \in G | 5g = 5\} = \{(1), g = \sigma^2\} \Rightarrow |G_5| = 2$.

(٤) طول مدار 5. $= |5G| = [G : G_5] = \frac{4}{2} = 2$

(٥) $S_G = \{x \in S | xG = x\} = \{1,3,7,9\} \Rightarrow |S_G| = 4$