بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود / الرياض
كلية العلوم / قسم الرياضيات

الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض
الفصل الدراسي الأول ١٤٢٧/ ١٤٢٨ هـ الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١ : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

(١) إذا كان $\Phi : S_n \to S_n$ تطبيقا ، حيث $\Phi(\sigma) = \sigma^{-1}$ و $n \geq 2$ فإن : $\Phi \notin Aut(S_n)$.

(٢) إذا كان $\sigma \in A_n$ فإن : $\tau^{-1}\sigma\tau \in A_n$ لكل $\tau \in S_n$.

(٣) التبديلة المحايدة $e = I = (1)$ في S_n هي تبديلة فردية .

(٤) إذا كان $\psi \in Aut(G)$ فليس بالضرورة أن يكون $\psi^{-1} \in Aut(G)$

(ب) إذا كان $g \in G$ وكان $\Phi_g : G \to G$ تطبيقا معرفا كما يلي :-

$$x\Phi_g = g^{-1}xg$$

فأثبت مما يلي :-

(١) أثبت أن : $\Phi_g \in Aut(G)$.

(٢) ماذا تسمى Φ_g ؟

س٢ : (أ) اكتب نص كل من :

(١) تعميم مبرهنة كيلي . (٢) مبرهنة "اختبار الدليل"

(ب) إذا كانت $H \leq G$ وكانت $|G| = 156$ و $|H| = 13$ فأثبت بالتفصيل أن G زمرة غير بسيطة باستخدام النقرة (أ) .

(ج) إذا كانت $\alpha \in S_{12}$ ، حيث :

$$\alpha = (1,10,5)(2,4,5,12)(2,10,11,3,6)$$

فأجب عما يأتي :-

(١) اكتب α كحاصل ضرب دورات منفصلة

(٢) امأ الفراغين :

(أ) $|\alpha| = |\langle\alpha\rangle| = \cdots$

(ب) $\alpha \cdots A_{12}$