بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — اسم اختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض
قسم الرياضيات — الفصل الأول ١٤٣٢/١٤٣١ هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: (أ) أكمل الفراغات الآتية:-

(١) $Aut(G) = \{ \cdots 1 \cdots \}$ (٢) $\lambda(G) = \{ \cdots 1 \cdots \}$

(٣) إذا كانت G منتهية وكانت $a_1, \ldots, a_r$ ممثلات أصناف الترافق في G فإن معادلة الفصل لـ G هي:

$$|G| = \cdots$$

(ب) إذا كان $\varphi : G \to G$ تماثلاً وكان x عنصراً في G رتبته n فأثبت أن رتبة $\varphi(x)$ هي n أيضاً.

س٢: (أ) متى نقول إن G تؤثر على مجموعة X $(G|X)$؟

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:-

(١) إذا كانت $H \leq G$ فإن $(H|G)$ حيث $(g,h) * = hgh^{-1}$

(٢) توجد زمرة غير إبدالية G رتبتها 1369.

(٣) إذا عرفنا التطبيق $\psi : S_8 \to S_8$ كما يلي: $\psi(\sigma) = \sigma^{-1}$

فإن $\psi \notin Aut(S_8)$.

س٣: إذا كانت $\varphi \in S_{14}$ حيث

$$\varphi = (1,3,5)(2,5,4)(6,12)(8,9)(6,13,14)$$

فأوجد عما يأتي:

(أ) أوجد التفريق الدوري لـ φ ومنه ثم عيّن:

(١) رتبة φ (٢) نوع φ ومنه حيث كونها تبديلة زوجية أم فردية.

(٣) $|N(\varphi)|$

(ب) بفرض أن $G = \langle \varphi \rangle$ في $S = \{1, 2, \ldots, 14\}$ أكمل الفراغات الآتية:-

(i) $G_4 = \{ g \in G \mid 4g = 4 \} = \{ \cdots \}$

(ii) $4G = \{ 4g \mid g \in G \} = \{ \cdots \}$

(iii) $[G : G_4] = \dfrac{|G|}{|G_4|} = \boxed{\cdots}$