

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود
قسم الرياضيات
الفصل الأول ١٤٣٠ / ١٤٣١ هـ
المقرر ٣٤٣ رياضيات
الوقت ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

(١) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

(أ) لأي زمرة G فإن كل تطبيع $\sigma \in \text{Aut}(G)$ يحفظ $\phi(\sigma) = \phi$ يعين كما نرى $\sigma \in \text{Aut}(G)$

(ب) توجد زمرة غير أبيلية رتبها 351. ϕ خالصة إذا ϕ صالحة ϕ صالحة

(ج) إذا كان S_4 حية ϕ حيث $\phi(1,2) = (4,6)$ و $\phi(3,4) = (7,9)$ فإن $\phi(5,6) = (2,3)$

(د) إذا كان $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100\}$ هو التفرع الدوري لـ S_n فثقتة كلاً من: (أ) درجة ϕ (ب) رتبة ϕ

(هـ) امراء الفراغات الآتية:

(١) $|\text{Aut}(\mathbb{Z})| = 2$

(٢) $|\text{Aut}(G)| = 2$

(٣) $|\text{Aut}(\mathbb{Z}_{16})| = 8$

(٤) نفس عكس مبرهنة لاغرانج هو $m \in \mathbb{Z}$ فإن لا توجد بارز

(١) متى نقول إن G/H ؟

$\{3, 4, 6, 8\}$

(ب) أثبت نص مبرهنة بيرنسايد

(ج) إذا كانت G/H حية ϕ حيث $\phi(1,2) = (3,4)$ و $\phi(3,4) = (5,6)$ و $\phi(5,6) = (7,8)$ فأجب عما يأتي:

(أ) عيّن قيمة n عدد مدارات S_n تحت تأثير G متلوها الفترة (ب).
(ب) أكل الفراغات الآتية

(١) $|G_2| = 2$ $\Rightarrow \{x \in G_2 \mid x^2 = 1\} = \{1, x\}$ $\Rightarrow |G_2| = 2$

(٢) $|S_3| = 6$ $\Rightarrow \{x \in S_3 \mid x^2 = 1\} = \{1, (1,2), (1,3), (2,3)\}$ $\Rightarrow |S_3| = 6$

(٣) $|G| = 3$ $\Rightarrow \{x \in G \mid x^2 = 1\} = \{1, x, x^2\}$ $\Rightarrow |G| = 3$

(٤) $|S_4| = 24$ $\Rightarrow \{x \in S_4 \mid x^2 = 1\} = \{1, (1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4), (1,2,3), (1,2,4), (1,3,4), (2,3,4), (1,2,3,4)\}$ $\Rightarrow |S_4| = 24$

$\sigma^2 = (1, 5, 3) = 6 \quad \{4, 6, 7, 8, 9\}$

$\sigma^3 = (7, 2) = 7 \quad \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9\}$

$\sigma^4 = (1, 2, 5) = 6 \quad \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

$\sigma^5 = (1, 5, 2)(7, 4) = 4 \quad \{3, 4, 6, 8, 9\}$

$\sigma^6 = 9$

$2G = \{2, 9, 1, 2, 5, 1\} = \{(2, 5, 1), (1, 5, 2), (2, 5, 1)\}$