بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات — الفصل الأول ١٤٣٠ / ١٤٣١ هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(١) لأي زمرة G فإن كل تطبيق $\phi : G \longrightarrow G$ حيث $\phi(g) = g^{-1}$ يُعيِّن تماثلاً لـ G. ($\phi \in Aut(G)$)

(٢) توجد زمرة غير إبدالية رتبتها 361 . ...

(٣) إذا كان $\alpha \in S_{12}$ حيث $\alpha = (1,3,11,7,9)(4,6,9,12)$ فإن $|\alpha| \neq 20$

(ب) إذا كان $\{4, 3, 3, 2, 1\}$ هو التفريق الدوري لـ $\sigma \in S_n$ فعيّن كلاً من: (i) درجة S_n (ii) رتبة σ^2 .

(جـ) املأ الفراغات الآتية:

(١) $|Aut(\mathbb{Z})| = \boxed{\;\;}$ (٢) $Z(G) = G \Leftrightarrow$ ......

(٣) $|Aut(\mathbb{Z}_{16})| = \boxed{\;\;}$ (٤) نص عكس مبرهنة لاغرانج هو ......

$m \in \mathbb{Z}^{+}$ ...

س٢: (أ) متى نقول إن $G|_S$ ؟ $\{3, 4, 6, 8\}$

(ب) اكتب نص مبرهنة بيرنسايد.

(جـ) إذا كانت $G|_S$ ، حيث $S = \{1, 2, \ldots, 9\}$ و $G = \langle \sigma \mid \sigma = (1,2,5)(7,9) \rangle$ فأجب عما يأتي:

(i) عيّن قيمة r عدد مدارات S تحت تأثير G مستخدماً الفقرة (ب).

(ii) أكمل الفراغات الآتية

(١) $G_2 = \{g \in G \mid 2g = 2\} = \{\sigma^3, \ldots\} \Rightarrow |G_2| = \boxed{\;\;}$

(٢) $S_{\sigma^3} = \{x \in S \mid \sigma^3 x = x\} = \{1, 2, 4, 5, 6, 8\} \Rightarrow |S_{\sigma^3}| = \boxed{\;\;}$

(٣) طول المدار $= |2G| = [G : G_2] = \boxed{\;\;} = 3$

(٤) $S_G = \{x \in S \mid xG = x\} = \{3, 4, 6, 8\} \Rightarrow |S_G| = \boxed{\;\;}$

$\sigma \quad \sigma^2 \quad \sigma^3 \quad \sigma^4 \quad \sigma^5 \quad \sigma^6$

$(2,1)\quad \sigma^2 = (1,5,2) = 6 \quad \{4, 6, 7, 8, 9\}$

$\sigma^3 = (7,9) = 7 \quad \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

$\sigma^4 = (1,2,5) = 6 \quad \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

$\sigma^5 = (1,5,2)(7,9) = 4 \quad \{3, 4, 6, 8\}$

$\sigma^6 =$

$2G = \{2g \mid g \in G\} = \{(2,5,1), (1,5,2), (2)\}$