

الزمن: ساعة ونصف
(يمنع استخدام الآلة الحاسبة)
أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [11 درجة]

(أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(1) لا توجد زمرة G غير إبدالية رتبها 361 .

(2) إن A_6 زمرة غير إبدالية.

(3) إن $\sigma \in A_7$ ورتبها 3 ، حيث $\sigma = (1, 2, 3, 4)(1, 4, 3, 7)$

(4) عدد أصناف الترافق في S_6 يساوي 10

(ب) إذا كانت G زمرة منتهية وكانت x_1, x_2, \dots, x_r ممثلات أصناف الترافق في G ، فاكتب معادلة الفصل للزمرة G .

(ج) إذا كانت $G = S_3$ ، فاكتب معادلة الفصل للزمرة S_3 .

السؤال الثاني: [8 درجات]

(أ) أكتب نص كل من:

(1) مبرهنة كوشي. (2) تعميم مبرهنة كيللي. (3) مبرهنة اختبار الدليل.

(ب) وظف الفقرة (أ) في اثبات أن G زمرة غير بسيطة، حيث $|G| = 221$ ، $(221 = 13 \cdot 17)$.

السؤال الثالث: [6 درجات]

(أ) متى نقول إن $G|_S$ (G تؤثر على S) ؟

(ب) إذا كانت $G|_S$ ، حيث:

$G = \langle \sigma = (1, 10)(3, 8)(2, 4, 6) \rangle$ و $S = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$

فاملأ الفراغات الآتية:

(1) عدد مدارات S تحت تأثير $G = \dots$ (مستخدماً مبرهنة بيرنسايد).

$S_G = \dots$ (2) $S_{\sigma^3} = \dots$ (3) $4G = \dots$ (4)

$G_4 = \dots$ (5) $[G : G_4] = \dots$ (6) $|4G| = \dots$ (7)

نسأل الله لكم التوفيق والسداد