

بسم الله الرحمن الرحيم

مقرر نظرية الزمر (343 ريض)
الفصل الدراسي الأول 1442 هـ
الاختبار الفصلي الأول

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية

السؤال الأول: [9 درجات]

(أ) املأ الفراغين التاليين:

(1) $U_n = \{ \dots \}$ (2) $|U_n| = \dots$

(ب) إذا كانت $G = U_{16}$ ، فاملأ الفراغات الآتية:

(1) $U_{16} = \{ \dots \}$ (2) $|U_{16}| = \dots$ (3) $\langle 3 \rangle = \{ \dots \}$

(4) $\langle 5 \rangle = \{ \dots \}$ (5) $|G/\langle 3 \rangle| = \dots$ (6) $G/\langle 3 \rangle = \{ \dots \}$

(ج) إذا كانت $G = U_{16}$ ، فأثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(i) $\langle 3 \rangle \langle 5 \rangle \leq G$ (ii) $\langle 3 \rangle \cup \langle 5 \rangle \leq G$ (iii) $\langle 3 \rangle \cap \langle 5 \rangle \leq G$

السؤال الثاني: [7 درجات]

(أ) إذا كان $a \in G$ ، فاملأ الفراغ الآتي:

$C(a) = N(a) = \{ \dots \}$ ممرکز a في G

(ب) أثبت أن $N(a) \leq G$ ، حيث $a \in G$ كما في (أ).

(ج) أكتب نص مبرهنة « مبدأ العد ».

(د) إذا كانت G رتبته 323 فأثبت باستخدام مبدأ العد أن G لا تملك زميرتين جزئيتين مختلفتين، H و K مثلاً بحيث $|H| = |K| = 19$.

السؤال الثالث: [9 درجات]

(أ) إذا كانت $G = GL(2, \mathbb{R})$ ، وكان $\varphi: G \rightarrow \mathbb{R}^*$ تطبيقاً،

حيث $\varphi(A) = \det A = |A|$ ، فادرس φ من حيث كون φ تشاكلاً متبايناً أم لا.

(ب) إذا كان $\varphi: G \rightarrow \bar{G}$ تشاكلاً نواته K ، فاملأ الفراغات الآتية: $\varphi(A_1) = \varphi(A_2)$

(1) $G/K \cong \dots$ (2) نُسَمي مدى $\varphi(G) = \varphi(A_1) = \varphi(A_2) = \dots$

(3) $(K \subset N) \wedge N \leq G \Rightarrow \varphi(N) \leq \dots$

(ج) إذا كانت $A \leq G$ و $B \leq G$ ، فأثبت أن: $AB \leq G$ علماً بأن: $AB \leq G$.

نسأل الله لكم التوفيق والسداد