بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات — الفصل الثاني ١٤٢٧/١٤٢٨هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: (أ) متى نقول إن $\phi \in Aut(G)$ ؟ 6

(ب) إذا كان $\phi \in Aut(G)$ وكان $x \in G$ بحيث $|x| = n$

فأثبت أن $|\phi(x)| = n$ أيضاً.

إذا كانت $H \le S_n$ فإن H تسمى زمرة تبديلات

س٢: (أ) متى نقول عن G بأنها زمرة تبديلات ؟ 8

(ب) إذا كان التفريق الدوري لتبديلة σ هو $\{1,1,1,3,4,5\}$

فأجب عما يأتي:

I) أكمل الفراغات الآتية:

(١) $\sigma \in \boxed{---}$ (٢) $|\langle \sigma^3 \rangle| = \boxed{---}$

(٣) $|N(\sigma)| = \boxed{---}$ (٤) $C_\sigma = \boxed{---}$ (عدد مرافقات σ)

II) هل σ^2 تبديلة زوجية ؟ ولماذا ؟

س٣: (أ) اكتب نص « مبرهنة كوشي » 6

(ب) إذا كانت G زمرة رتبتها 441 فأثبت أنها تملك زمرتين جزئيتين H و K مثلاً، بحيث:

$|H| = 3$ و $|K| = 7$ و $|HK| = 21$

④

$z(G) \leq Aut(G)$ - $G/z(G) \cong z(G)$

$z(G) = \{T_g \in Aut(G)\} \subseteq Aut(G) \leq A(G)$.

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود الاختبار الفصلي الثاني في مقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات الفصل الثاني ١٤٢٨/١٤٢٩هـ ، الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

١٠ س١ : أكمل الفراغات فيما يأتي :

(أ) $Aut(G) = \ldots$

(ب) $I(G) = \ldots$

(هـ) $|Aut(G)| = 2$ ، حيث G زمرة دائرية غير منتهية .

(د) $|I(G)| = 1$ ، " G " إبدالية

(هـ) إذا كان التفريق الدوري لـ $\sigma \in S_n$ هو $\{2, 2, 2, 3, 5\}$ فإن :

(i) $n = 14$ (ii) $|\sigma^3| = 10$ (iii) $|N(\sigma^5)| = 2.2.2.|S_3|.3!$

(و) إذا كانت $G|_S$ ، حيث $S = \{1, 2, 3, \ldots, 13\}$

و $G = \langle g \mid g = (2, 6, 4)(3, 7, 5, 13) \rangle$

فإن :

① $5G = \ldots$ ② $G_6 = (3, 7, 5, 13)$ ③ $|S_{g^3}| = 9$

$G_x = \{g \in G \mid xg = x\}$ $xG = \{xg \mid xg = x\} \; \forall g \in G$,

١٠ س٢ : (أ) اذكر نص مبرهنة كوشي .

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :

$C_a = \frac{|G|}{|N(a)|}$

[١] عدد أصناف الترافق في S_6 يساوي 12 . $= \{xax^{-1} \mid x \in G\}$

[٢] أي زمرة G رتبتها 289 تكون إبدالية وغير بسيطة $|G| \nmid [G:H]!$ $[G:G_6]$ 14

[٣] إذا كانت G زمرة غير إبدالية رتبتها 6 فإنها توجد فيها زمرة جزئية ناظمية N بحيث $|N| = 2$.

$|N| = 2$ $[G]$ برهنة كوشي

$H \leq G$ $[G] \nmid [G:H]!$ $= 3!$ 6 $\cong S_3$

نص مبرهنة كوشي

إذا كانت G زمرة منتهية وكان $p \mid |G|$ فإن G تحتوي على عنصر رتبته p

وبالتالي تملك زمرة جزئية رتبتها p

$p \mid |G| \Rightarrow |G| \nmid [G:H]! \Rightarrow$ غير بسيطة

$|G| = p$

$\frac{14}{9}$ / 15

$S = \{1 \times \mid x \in G\}$

بسم الله الرحمن الرحيم ..

لا يكتب في هذا الهامش

السؤال الأول

(أ) $Aut(G) = \{ T \mid G \xrightarrow{T} G \}$ تشاكل

1

(ب) $i(G) = \{ T_g \in Aut(G) \mid g \in G \} \subseteq Aut(G) \leq A(G)$

1

(ج) $|Aut(G)| = 2$

1

(د) $|i(G)| = \cancel{2} \; |G/Z(G)| = \boxed{1}$?

(هـ) $\sigma \neq \{2, 2, 2, 3, 5\} \in S_n$ هذه كتابة خاطئة !!

(٢) (ه)

(i) $n = \sum_{i=1} l_i = 2+2+2+3+5$

(i) $\boxed{n = 14}$

1

(ii) $\boxed{|\sigma^3| = 10}$

1

(iii) $|N(\sigma^5)| = 2 \cdot 2 \cdot 2 \; |S_3| \; 3 \; |S_{14-9}|$

1

$= (2)\cdot(2)\cdot(2)\cdot(3!)\cdot(3)\cdot(5!)$

$= (24)(3!)(5!)$

$= (24)(6)(120)$

$= 2^7 \cdot 3^3 \cdot 5$

3 درجات

$3! = 6$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2$

24

120

$5 \times 4 \times 3 \times 2$

24

120

لا يكتب في
هذا الهامش

$S = \{1, 2, 3, \ldots, 13\}$ $\quad G \mid S$ (a)

$G = \langle g \mid g = (2, 6, 4)(3, 7, 5, 13) \rangle$ (c)

~~(1) $5G = \{5g \mid 5g = 5\} \; \forall g \in G$~~

~~(1) $5G = \{3, 5\}$~~

7

1

$\frac{8}{10}$

(1) $\boxed{5G = \{3, 7, 5, 13\}}$

1 $\quad 13, 11, 5$

(2) $\boxed{G_6 = \{3, 7, 5, 13\}}$ $\quad G_6 = \{g \in G \mid xg = x\}$

$6g = 6$

صفر

$G_6 = \{1\}$

6

(3) $\boxed{|S_{g^3}| = 9}$

1

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 1 & 6 & 7 & 2 & 13 & 4 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{pmatrix}$

12

12

13

3

العناصر الثابتة

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 1 & 6 & 7 & 2 & 13 & 4 & 5 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 3 \end{pmatrix}$

$g = (2, 6, 4)(3, 7, 5, 13)$

$13 - 4 = 9$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \\ 1 & 4 & 5 & 6 & 3 & 2 & 13 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 7 \end{pmatrix}$

1 $\quad$ 1 1 1 1 1

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 2 & 13 & 4 & 7 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

لا يكتب في
هذا الهامش

السؤال الثاني

أ) نص مبرهنة كوشي

1)

إذا كانت G زمرة منتهية وكان $p \mid |G|$ (حيث p عدد أولي) فإنها تملك عنصراً رتبته p وبالتالي فإنها تملك زمرة جزئية رتبتها p >>

ب) $\boxed{1}$ ~~تكون ابدالية إذا كانت 2 $p \mid |G|$~~

صح

لا يوجد قرار ؟!

$\boxed{2}$ ~~تكون ابدالية~~ ⟵ G إبدالية ⟵ $G = Z(G)$

خطأ

لا يوجد قرار ؟!

$\frac{1}{10}$

س٣ التمارين صحيحة والبرهان ~~خطأ~~

~~مبرهنة كوشي~~

!!؟ ما خطؤه ؟

صح بما أن $|G| = 6 = 2.3$

و $2 \,\big|\, |G|$ حيث 2 عدد أولي

فإنه من مبرهنة كوشي: يوجد زمرة جزئية من رتبتها 2

ولتكن هي N حيث $|N| = 2$

ومن تعميم مبرهنة كيلي أنه يوجد تشاكل $\varphi : G \longrightarrow A(S)$ وأن نواته K

هي أكبر زمرة جزئية ناظمية في G ومحتواة في H.

لنفرض أن $N = \langle a \mid a^2 = e \rangle = \{e, a\} < G$ — مبرهنة

$$N < G \Rightarrow \exists S \in \{Hx \mid x \in G\} \ni |S| = [G:N] = \frac{|G|}{|N|} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\Rightarrow \exists A(S) \ni |A(S)| = [G:N]! = 3! = 6$$

من تعميم مبرهنة كيلي، أنه يوجد تشاكل $\varphi : G \longrightarrow A(S)$ نواته K هي

أكبر زمرة جزئية ناظمية في G ومحتواة في N.

ومن المبرهنة الأساسية الأولى للتشاكل نحصل على

$$G/K \cong \varphi(G) \leq A(S)$$

لندرس K.

$$K \subseteq N \Rightarrow K = \begin{cases} \{e\} & \text{—(i)} \\ N & \text{—(ii)} \end{cases}$$

الحالة (i) عندما $K = \{e\}$ فإن

$$G/K = G/\{e\} \cong G \cong \varphi(G) \leq A(S) \cong S_3$$

وبما أن $G \cong \varphi(G)$ بالتالي $6 = |\varphi(G)| = |G|$

وبما أن $|A(S)| = 6$ إذن

$$G \cong \varphi(G) = A(S) \cong S_3$$

$$\Leftrightarrow G \cong S_3 .$$

لا يكتب في هذا الهامش

وإذا الحالة (2) $K = N \triangleleft G$ فإن

$K = N \triangleleft G \Rightarrow \forall g \in G : gag^{-1} = \begin{cases} e & \text{— (1)} \\ a & \text{— (2)} \end{cases}$ لتعريف $\triangleleft$

وقوع الحالة (1) ...

$e = gag^{-1} \Rightarrow eg = (gag^{-1})g$ بضرب المساواة من اليمين بـ g

$\Rightarrow eg = ga(g^{-1}g)$ خاصية التجميع

$\Rightarrow eg = ga\,e$ خاصية ~~...~~ النظير

$\Rightarrow g = ga$ خاصية المحايد

$\Rightarrow g^{-1}(g) = g^{-1}(ga)$ بضرب المساواة من اليسار بـ g^{-1}

$\Rightarrow g^{-1}g = (g^{-1}g)a$ خاصية التجميع

$\Rightarrow e = ea$ خاصية النظير

$\Rightarrow e = a$ خاصية المحايد

وهذا تناقض مع كون $e \neq a$.

مما سبق نجد أن $K = N \triangleleft G \Leftrightarrow \forall g \in G : gag^{-1} = a$.

إذن

مبرهنة — $K = N \subseteq Z(G)$

لنفرض أن $b \in G$ و $b \notin N$ ولنحسب $N(b)$. كالتالي

مبرهنة — $N(b) = \{x \in G \mid xb = bx\} \leq G$

إذن $K = N \subseteq N(b)$.

~~$Z(G) \subset N(b)$~~

~~$N(b) \subset Z(G)$~~

~~$b \notin N$ و $b \in Z(G)$ لأن~~

~~$\Rightarrow |N(b)| > 2 = |N| = |K|$.~~

إذن $N(b) \supset Z(G)$

لأن $b \in G$ و $b \notin N$

وبالتالي فإن

$|N(b)| > |Z(G)|$

$\Rightarrow |N(b)| > 2 = |K| = |N|$.

$\Rightarrow K = N < N(b) \leq G$

$\Rightarrow |K| = |N| = 2 \mid |N(b)| \wedge |N(b)| \mid |G| = 6$ — مبرهنة ~~...~~ لاغرانج.

لا يكتب في
هذا الهامش

$\Rightarrow |N(b)| = 6$ لأنه العدد الوحيد الذي يقبل القسمة على 2
وهو أكبر من 2 و ~~يقبل القسمة~~
ويقسم 6

$\Rightarrow G \subseteq N(b) \wedge N(b) \subseteq G$

$\Rightarrow N(b) = G$

$\Rightarrow$ G إبدالية

وهذا تناقض

وبالتالي فإن

$\{e\} \neq N \trianglelefteq G$ لأن

$N \leq G$ و $N \subset H$

لا يكتب في
هذا الهامش

$|G| = 289$ 289

$g^{2} = \cancel{(2,6}$ $g^{1} = (2,6,4)(3,7,5,13)$

$g^{2}\ (2,4,6)(3,5,\cancel{3})(7,13)$

$g^{1}\cdot g^{2} = (2)(6)(4)(3,13,5,7)$

$g^{3} = (3,13,5,7)\ (1)(2)(4)(6)(8)(9)(10)(11)(12)$

$S_{g^3} = \{ s \in S^1 \mid \cancel{s} g^3 = \cancel{8} \}$

$1, 2, \cancel{3}, 4,$

$\sigma = (1,2)(3,4),(5,6)(7,8,9)(10,11,12,13,14)$

لا يكتب في هذا الهامش

$|N(\sigma^5)|$

$C_\alpha = |G|$

$\sigma^3 = (1,2)(3,4)(5,6)(7)(8)(9)(10,13,11,14,12)$

$\sigma^4 = (1)(2)(3)(4)(5)(6)(7,8,9)(10$

$(10,14,13,12,11)$

$\sigma^4 = \cancel{(1)(2)(3)}\ (7,8,9)(10,14,13,12,11)$

$\sigma^5 = (1,2)(3,4)(5,6)(7,9,8)(10)(11)(13)(14)(12)$

$\sigma^5 = (1,2)(3,4)(5,6)(7,9,8)$

$|N(\sigma^5)| = 2^2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot |S_3| \cdot 3 \cdot |S_1| \cdot |S_{14-9}|$

$= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3! \cdot 3 \cdot 4!$

$= 8 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 24$

$= (24)(24)(6)$

$4 \times 3 \times 2$
12
2
24

6
24
24
96
48 +
576

$(3, 1, 1, 1, 3) \quad \sigma = ($

لا يكتب في هذا الهامش

$\sigma = ($

$\sigma = \{2, 2, 2, 3, 5\} \in S_{14}$

$\therefore \sigma^3 = \sigma\ \sigma\ \sigma$

$1, 2, 3, 4, \text{———}, 14$

$\sigma = (1,2), (3,4) (5,6) (7,8,9) (10,11,12,13,14) \in S_{14}$

$7 \quad 8$

$\sigma^2 = (1)\cancel{(3)}\cancel{( )})$

$(1)(2)(3)(4)(5)(6)\ (7,9)(8,7)(10,12,14,11,13)$

$\sigma^2 = (1)(2)(3)(4)(5)(6)\ (7,8,9)\ (10,12,14,11,13)$

$\boxed{\therefore \sigma^2 = (7,8,9)\ (10,12,14,11,13)}$

$\sigma^3 = (1,2)(3,4),(5,6)(7,9),(8,7),(10,13,11,14,12)$

$\sigma^3 = (1,2)(3,4)(5,6)\ \cancel{(7,8,9)}$

$7 \quad 8 \quad 9$

$\sigma^2 = \cancel{(8,7)}\ \cancel{(7,9)(8,7)}\ (10,12,14,11,13)$

$\cancel{(7,8,9)}(8,7,9)$

$\sigma^1 = (1,2)(3,4)(5,6)(7,8,9)(10,11,12,13,14)$

$\sigma^3 = (1,2)(3,4)(5,6)\cancel{(7,9)(8,7)}$

$\cancel{(7,9)}\ 8$

$(7)(8)(9)(10,13,11,14,12)$

$\sigma^3 = (1,2)(3,4)(5,6)(10,13,11,14,12)$

$2 \quad 2 \quad 2 \quad 5 \rightarrow 10$

$[1] = (1,2) \longleftrightarrow l_1 = 2$

$[3] \quad l_2 = 2$

$[5] \quad l_3 = 2$

$[10] \quad l_4 = 5$

$[7] \quad l_5 = 1$

$[8] \quad l_6 = 1$

$l_7 = 1$

$|\sigma^3| = l.c.d\,[l_1 . \ ]$

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات — الفصل الأول ١٤٢٧/١٤٢٨ هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: (أ) متى نقول إن $G|_S$ (G تؤثر على S). ٧

(ب) إذا كانت G زمرة و $S=\{A \mid A \leq G\}$ فأثبت أن $G|_S$ حيث $(A,g)*=A*g=g^{-1}Ag$.

(جـ) إذا كانت $G|_X$ وكان $a\in X$ و $g,h\in G$ فأثبت أن

S_6, $\sigma=(3,4,5)$

$$ag=ah \not\Rightarrow g=h$$

س٢: أثبت صحة أو خطأ كل مما يأتي: ٦

(أ) إذا كانت G زمرة غير إبدالية فإن $|Aut(G)|>1$ صائب

(ب) إذا كان $T_g: G\longrightarrow G$ تطبيقاً حيث $xT_g=gxg^{-1}$ و $g\in G$ فإن:

$T_{gh}=T_gT_h$ حيث $g,h\in G$.

س٣: إذا كان التفريق الدوري للتبديلة σ هو $\{1,1,1,1,2,3,6\}$ ٧

فأكمل الفراغات الآتية لتحصل على عبارات صائبة:

(١) $\sigma\in S_n$ حيث $n=\boxed{15}$

(٢) $|\sigma^2|=\boxed{\dots}$

(٣) $|N(\sigma)|=\boxed{\cancel{36}\ 24}$

(٤) لأي $\theta\in S_n$ فإن: $A_n \boxed{\in}\ \theta^{-1}\sigma\theta$ لأن ----

(1) (2) (3) (4) (5, 6) (7, 8, 9) (10, 11, 12, 13, 14, 15)

$1\cdot 1\cdot 1\cdot 1\cdot |S_4|$ $\quad S_n$ $(7,9,8)$ (

$(5)(6)$

$2\cdot|S_1|\cdot 3\cdot|S_1|\cdot 6\cdot|S_4|$

$2\cdot 3\cdot 6$

$36\cdot 24$

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات — الفصل الثاني ١٤٢٦/١٤٢٧هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

7 س١: أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي:

(أ) إذا كانت G زمرة إبدالية رتبتها n فإن $C_x = 1$ لكل $x \in G$ ، صحيح

(ب) إذا كانت $\sigma = (1\ 2)(3\ 4) \in S_4$ فإن $C_\sigma = 3$ ، ~~خطأ~~ خاطئ $\quad |N(\sigma)| = 2\cdot 2 = 4$

(جـ) إذا كانت G تؤثر على S $(G|_S)$ وكان: $ag = ah$ حيث $g, h \in G$ و $a \in S$ فإن $g = h$ ، خطأ

7 س٢: (أ) عرّف الزمرة الأولية.

(ب) إذا كانت G زمرة أولية و S مجموعة منتهية حيث $G|_S$ ، أثبت أن:

$$|S| \equiv |S_G| \pmod p$$

6 س٣: أكمل الفراغات فيما يأتي:

(أ) إذا كانت G زمرة دائرية رتبتها 15 ، فإن: $U_{15} = \{\cdots\}$ وبالتالي فإن $|Aut(G)| = \cdots$

(ب) إذا كانت G زمرة غير منتهية دائرية فإن: $Aut(G) \cong \cdots$

(جـ) إذا كانت G زمرة رتبتها قوة لعدد أولي فإن $Z(G) \neq \cdots$

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الثاني في المقرر ٣٤٢ ريض

قسم الرياضيات — الفصل الأول ١٤٢٦ - ١٤٢٧هـ — الزمن: ساعة

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: برهن صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(أ) إذا كانت G زمرة رتبتها 529 فإنها إبدالية.

(ب) " G " " إبدالية فإن $|Aut(G)| > 1$

(ج) إذا كان $\tau_g , \tau_h \in I(G)$ ، حيث $g, h \in G$ فإن $\tau_{gh} = \tau_g \tau_h$

(د) إن $\sigma \theta \sigma^{-1} \in A_9$ ، حيث $\theta = (3,4,5,7)$ و $\sigma \in S_9$.

س٢: (أ) عرّف الرمز $I(G)$ كمجموعة.

(ب) أثبت أن:

$$G/Z(G) \cong I(G)$$

س٣: (أ) متى نقول إن G تؤثر على مجموعة S ؟

(ب) إذا كانت G تؤثر على S وكان $a \in S$ فعرّف G_a ومن ثم برهن أن $G_a \leq G$.

(أ) نقول إن G تؤثر على S إذا وجد تطبيق $* : S \times G \to S$ يحقق الشرطين

(i) $xe = x \quad \forall x \in S, e \in G$

(ii) $x(g_1 g_2) = (x g_1) g_2 \quad \forall g_1, g_2 \in G, x \in S$

(ب) $G_a = \{ g \in G \mid ag = a \}$

بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الأول في المقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات — الفصل الثاني ١٤٢٧/١٤٢٨هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

8 س١: أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:

(أ) إذا كانت $H, K \leq G$ فإن $H \cap K \leq G$ ، صائب

(ب) إذا كانت $A, B \leq G$ بحيث $|G| < 100$ و $|A| = 25$ و $|B| = 10$ فإن $|G| = 50$ ، صحيح

(ج) إن $\mathbb{Z}_p^*$ زمرة غير بسيطة، حيث $p > 2$ (p عدد أولي).

8 س٢: إذا كان $\varphi : G = GL_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^*$ تطبيقاً، حيث $\varphi(A) = \det A$ فأجب عما يأتي:

(أ) أثبت أن φ تشاكل غامر

(ب) جد نواة K_φ = $K_\varphi = \{ A \in G \mid \varphi(A) = e^* \}$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in G \Rightarrow |A| = 1 = e^*$

(ج) أكمل الفراغ:

$G/K_\varphi \cong \boxed{\mathbb{R}^*} = \boxed{\ }$

4 س٣: إذا كان $\varphi : G \longrightarrow \bar{G}$ تشاكلاً غامراً وكانت $\bar{N} \trianglelefteq \bar{G}$ و $N = \varphi^{-1}(\bar{N})$ وعرفنا $\psi : G \longrightarrow \bar{G}/\bar{N}$ تشاكلاً غامراً كما يلي:

$$\psi(g) = \bar{N}\bar{g} = \bar{N}\varphi(g)$$

فأجب عما يأتي:

(أ) أكمل الفراغ: $G/K_\psi \cong \boxed{\bar{G}/\bar{N}}$

(ب) أثبت أن $K_\psi = N$.

$K_\psi = \{ x \in G \mid \psi(x) = \bar{N} \}$ تعريف K_ψ

$= \{ x \in G \mid \bar{N}\varphi(x) = \bar{N} \}$ تعريف ψ

$= \{ x \in G \mid \varphi(x) \in \bar{N} \}$, $\bar{N} \trianglelefteq \bar{G}$

$= \{ x \in G \mid x \in N \}$