

بسم الله الرحمن الرحيم

مختبار الفصلي الأول في المقرر ٣٤٣ ريفي
الفصل الثاني ١٤٣٠/١٤٣١ هـ الزمن: ساعة ونصف

جامعة الملك سعود
قسم الرياضيات

أجب عن الأسئلة الآتية

١٠. س١: (أ) متى نقول إن :

(١) G و G_1 زمرة متماثلتان ؟ (٢) G زمرة بسيطة ؟

(ب) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي :

(١) زمرتين G_1 و G_2 بحيث $G_1 \cong G_2$ و $G_1 \neq G_2$ وكل منهما منتظمة

(٢) زمرة بسيطة G بحيث $|G| > 40$

(٣) زمرة غير بسيطة G بحيث $|G| < 8$

(د) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :

(١) إذا كانت G زمرة رتبته عدد أولي P فإن G بسيطة.

(٢) إذا كانت G زمرة رتبته 360 فمن الممكن وجود زمرة جزئية

H في G بحيث $|H| = 80$

(٣) إذا كانت G زمرة و $x \in G$ بحيث $|x| = 2$ فإن $x^{-1} = x$

١٠. س٢: إذا كانت $A, B \in G = GL(2, \mathbb{Z}_7)$ حيث :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

فأجب عما يأتي :

(أ) أكل الفراغات الآتية :

(i) $\mathbb{Z}_7 = \dots$

(ii) $|\langle A \rangle| = \dots$

(iii) $|\langle B \rangle| = \dots$

(iv) $B^{-1} = \dots$

(v) $G/\langle A \rangle = \dots$

(ب) هل $G/\langle A \rangle$ زمرة ؟ وماذا ؟

(د) أثبت أن $G = \langle A, B \rangle$ زمرة زوجية، وعين رتبته.