

اجب عن الأسئلة الآتية

س١: (أ) إذا كانت $H \leq G$ ، فمتى نقول إن $H \trianglelefteq G$ ؟
(ب) إذا كان $\phi: G \rightarrow \bar{G}$ تماثلاً غامراً نواته K وكانت $\bar{H} \leq \bar{G}$ فأجب عما يأتي :-
[١] املاء الفراغ الآتي :

$$H = \phi^{-1}(\bar{H}) = \dots$$

[٢] أثبت أن :

$$H \leq G \quad (i)$$

$$K \subseteq H \quad (ii)$$

س٢: إذا كان $\phi: G \rightarrow \bar{G}$ تماثلاً غامراً نواته K و $\bar{g} = \phi(x)$ فأجب عما يلي :-

(أ) أتمل الفراغات الآتية :-

$$K \leq \dots \quad (i)$$

$$\bar{g} \in \bar{G} \Rightarrow \phi^{-1}(\bar{g}) = \dots \quad (ii)$$

$$x \in \phi^{-1}(\bar{g}) \Rightarrow \phi(x) = \dots \quad (iii)$$

(ب) أثبت أن : $\phi^{-1}(\bar{g}) \subseteq Kx$

س٣: إذا كانت $G = GL(2, \mathbb{Z}_5)$ و $A, B \in G$ ، حيث :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

فأجب عما يأتي :-

(أ) املاء الفراغات الآتية :-

$$(i) |\langle A \rangle| = \dots \quad (ii) |\langle B \rangle| = \dots \quad (iii) ABA^{-1} = \dots$$

(ب) هل $ABA^{-1} = B^{-1}$ مع التبسيط ؟
(ج) أثبت أن $H = \langle A, B \rangle$ زمرة زويفية، و عين رتبتهما.
(د) أتمل :

$$H = \{ I_2, A, B, \dots \}$$

(هـ) هل $\langle B \rangle \triangleleft H$ مع التبسيط ؟

$$H / \langle B \rangle = \{ \dots \} \quad (i)$$

$$|H / \langle B \rangle| = \dots \quad (ii)$$