

أجب عن الأسئلة الآتية

س١ : أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

- (١) إذا كانت G زمرة رتبها 720 فإنها قد تملك زمرة جزئية رتبها 108 .
- (٢) تكون G دائرية $\Leftrightarrow |G| = P$ حيث P عدد أولي .
- (٣) إذا كان $\phi : G \rightarrow \bar{G}$ تماثلاً فإن $(\phi(x))^{-1} = \phi(x^{-1})$ ، علماً بأن $\phi(e) = \bar{e}$.
- (٤) إذا كانت G غير إبدالية فإن $\phi : G \rightarrow G$ تماثلي ، حيث $\phi(a) = a^{-1}$.

س٢ : متى نقول إن $H \trianglelefteq G$ ؟

- (١) إذا كان $\phi : G \rightarrow \bar{G}$ تماثلاً نواة K فأثبت أن $K \trianglelefteq G$.

س٣ : (١) عرّف الزمرة الزوجية D_n .

- (٢) إذا كانت $G = GL(2, \mathbb{Z}_7)$ وكانت $A, B \in G$ ، حيث :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} , B = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

فأجب عما يأتي :-

□ املأ الفراغات الآتية :-

$$(i) \mathbb{Z}_7 = \dots \quad (ii) | \langle A \rangle | = \dots \quad (iii) | \langle B \rangle | = \dots$$

$$(iv) ABA^{-1} = \dots \quad (v) B^{-1} = \dots$$

□ استفر من □ في اثبات أن H زمرة زوجية ، حيث $H = \langle A, B \rangle$.

□ اكتب عناصر الزمرة الخارجة $H / \langle B \rangle$ وعين رتبها .

□ هل H زمرة بسيطة ؟ ولماذا ؟ .