بسم الله الرحمن الرحيم

جامعة الملك سعود — الاختبار الفصلي الأول في المقرر ٣٤٣ ريض

قسم الرياضيات — الفصل الأول ١٤٣٠/١٤٣١هـ — الزمن: ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية:

س١: لتكن G و G^* زمرتين وليكن $\phi : G \to G^*$ تشاكلاً نواته K.

أجب عما يلي:

(أ) أكمل الفراغات الآتية:

1. $H \leq G \Rightarrow \phi(H) = \{ \dots \}$
2. $\bar{H} < \phi(G) \Rightarrow \phi^{-1}(\bar{H}) = \{ \dots \}$
3. $G/K \cong \phi(G)$
4. يعرف مركز G كما يلي:

$$Z(G) = \{x \in G \mid xz = zx \ \forall z \in G\}$$

(ب) أثبت أن $Z(G) \trianglelefteq G$.

(جـ) ناقش صحة العبارة الآتية:

"إذا G زمرة رتبتها 48 وتحتوي زمرتين جزئيتين A و B حيث $|A| = 16$ و $|B| = 12$ و $|A \cap B| = 6$"

س٢: (أ) عرّف الزمرة الزوجية D_n.

(ب) إذا كانت $G = GL(2, \mathbb{Z}_5)$ وكانت $H \leq G$، حيث

$$H = \left\langle A, B \mid A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\rangle$$

فأجب عما يأتي:

أولاً: أكمل الفراغات الآتية:

(i) رتبة $A = |A| = \dots$ (ii) رتبة $B = |B| = \dots$

(iii) $B^{-1} = \dots$ (iv) $ABA^{-1} = \dots$

ثانياً: ناقش صحة العبارات الآتية مع التبرير:

1) إن H زمرة زوجية رتبتها 6
2) إن $\langle B \rangle \triangleleft H$.
3) يوجد تشاكل طبيعي $\phi : H \to H/\langle B \rangle$
4) إن $|H/\langle B \rangle| \neq 2$.