الاسم:		رقم المقرر: ٢٤٣ريض
الرقم الجامعي:		الشعبة: ٢٩٨٢٠

١. إذا كان $n = \prod_{i=1}^{k} p_i^{\alpha_i}$ هو تحليل n إلى قوى عوامله الأولية فأثبت أن: $\sum_{d|n} \mu(d)\tau(d) = (-1)^k$

إرشاد:تذكر أن $\mu(1) = 1, \tau(1) = 1, \quad \mu(p) = -1, \tau(p) = 2, \quad \mu(p^i) = 0(\forall i > 1), \tau(p^i) = i + 1$

$$\sum_{d|n} \mu(d)\tau(d) = \sum_{d|\prod_{i=1}^{k} p_i^{\alpha_i}} \mu(d)\tau(d) = \prod_{i=1}^{k} \sum_{d|p_i^{\alpha_i}} \mu(d)\tau(d) = \prod_{i=1}^{k} (1 - 2 + 0 \ldots + 0) = \prod_{i=1}^{k} (-1) = (-1)^k$$

٢. أثبت أنه إذا كان n عددًا فرديًا فإن $\varphi(2n) = \varphi(n)$.

بما أن n عددًا فرديًا إذًا $(n, 2) = 1$ وبما أن الدالة φ ضربية.

إذًا

$$\varphi(2n) = \varphi(2)\varphi(n) = 1 \cdot \varphi(n) = \varphi(n)$$

٣. جد جميع ثلاثيات فيثاغورس البدائية إذا علمت أن $y = 24$.

$$y = 2mn = 24$$

$$mn = 12 = 3 \cdot 4 = 2 \cdot 6 = 1 \cdot 12$$

$m = 4, n = 3\ x = 4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7\ , z = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25\ , (7,24,25)$

$m = 12, n = 1\ x = 12^2 - 1^2 = 144 - 1 = 143\ , z = 12^2 + 1^2 = 144 + 1 = 145\ , (143,24,145)$

$m = 6, n = 2$ (الثلاثي الناتج عن هذه التعويضة غير بدائي لأن العددان زوجيان)