الاسم:		رقم المقرر: ٢٤٣ريض
الرقم الجامعي:		الشعبة: ٢٩٨٢٠

حل الكويز الأول

١. استخدم مبدأ الاستقراء الرياضي لإثبات صحة كل من العبارات التالية:

$(a$ $\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{n(3n-1)}{2}$ لكل $n\geq 1$.

$(b$ $2^n < n!$ لكل $n\geq 4$.

$\sum_{k=1}^{n}(3k-2)=\frac{n(3n-1)}{2}, \forall n\geq 1,$

نختبر صحة العبارة عند القيمة الابتدائية

$P(1): n=1,$
l.hs: $\sum_{k=1}^{1}(3k-2)=3\cdot 1-2=1,$
$r.h.s: \frac{1(3\cdot 1-1)}{2}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1,$

إذًا العبارة صائبة عندما: $n=1$

نفرض صحة العبارة عند $n=k$ حيث $k>1$

$P(t): n=t,$
$\sum_{k=1}^{t}(3k-2)=\frac{t(3\cdot t-1)}{2},$

نختبر صحة العبارة عند $n=k+1$

$P(t+1): n=t+1,$
l.hs: $\sum_{k=1}^{t+1}(3k-2)=\sum_{k=1}^{t}(3k-2)+[3(t+1)-2]=$
$\frac{t(3\cdot t-1)}{2}+[3t+1]=\frac{3t^2-t+6t+2}{2}=\frac{3t^2+5t+2}{2}$
$r.h.s: \frac{(t+1)(3(t+1)-1)}{2}=\frac{(t+1)(3t+3-1)}{2}=\frac{(t+1)(3t+2)}{2}=\frac{3t^2+5t+2}{2}$

$2^n < n!\,, \forall n\geq 4,$

نختبر صحة العبارة عند القيمة الابتدائية

$P(4): n=4,$
l.hs: $2^4=16,$
r.h.s: $4!=24,$
$16<24,$

إذًا العبارة صائبة عندما: $n=4$

نفرض صحة العبارة عند $n=k$ حيث $k>4$

$P(k): n=k, k>4$
$2^k < k!\,,$

نختبر صحة العبارة عند $n=k+1$

$P(t+1): n=k+1,$
$2^{k+1}=2\cdot 2^k<2\cdot k!<(k+1)!\,.$

٢. ليكن $a=75$ و $b=45$.

a) أوجد باستخدام خوارزمية إقليدس القاسم المشترك الأعظم (a,b).

$b)$ أوجد $x,y\in\mathbb{Z}$ بحيث: $ax+by=(a,b)$.

75	=	45	*	1	+	30
45	=	30	*	1	+	15
30	=	15	*	2	+	0

i	s(i)	t(i)	r(i)
0	1	0	75
1	0	1	45
2	1	-1	30
3	-1	2	15
4	3	-5	0

التركيب الخطي كما يلي:

75(-1)+45(2)=15