ملاحظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة

1- أثبت أن $ab \equiv ac \bmod n$ إذا و فقط إذا كان $b \equiv c \bmod \frac{n}{d}$ ، حيث $d = (a,n)$ .

2- إذا كان $p$ أولياً و $0 \le n < p$ ، فبرهن أن $N = \binom{n+p}{p} \equiv 1 \bmod p$ .

3- ليكن $r_1, r_2, ..., r_n$ نظام رواسب تام قياس $n$ . أثبت أنه لأي عددين صحيحين $a$ و $b$ ، حيث $(a,n) = 1$ تكوِّن الأعداد $ar_1 + b, ar_2 + b, ..., ar_n + b$ نظام رواسب تام قياس $n$ .

4- جد أصغر عدد صحيح موجب يحقق:

$$x \equiv 8 \bmod 20$$
$$x \equiv 3 \bmod 25$$
$$x \equiv 20 \bmod 36$$

5. باستخدام الاستقراء الرياضي، أثبت أن $(s-1)!(p-s)! \equiv (-1)^s \bmod p$ ، حيث $p \ge 3$ عدد أولي و $1 \le s \le p-1$ .