

- ١- (أ) إذا كان  $ab = c^3$  و  $(a,b) = 1$ ، فاثبت أن  $\sqrt[3]{a}$  عدد صحيح. أعط مثلاً يبين أن الشرط  $(a,b) = 1$  ضروري لصحة العبارة.
- (ب) إذا كان  $p > 3$  عدداً أولياً، فاثبت أن  $p^2 \equiv 1 \pmod{12}$ .

- ٢- (أ) ليكن  $r_1, r_2, \dots, r_n$  نظام رواسب تام قياس  $n$ . إذا كان  $a \neq 0$ ، فهل صحيح أن  $ar_1, ar_2, \dots, ar_n$  هو نظام رواسب تام قياس  $n$ ؟ برر إجابتك.
- (ب) جد شرطاً ضرورياً و كافياً لوجود حل للتطابق  $ax \equiv b \pmod{n}$  و عدد الحلول غير المتطابقة قياس  $n$  مع البرهان.

- ٣- (أ) إذا كان  $2^m + 1$  أولياً، فبرهن أن  $m = 2^n$  لعدد صحيح  $n \geq 0$ .
- (ب) احسب باقي قسمة العدد  $\sum_{k=1}^{100} k!$  عند قسمته على 9.