الاختبار الفصلي الثاني ٢٤٣ ريض الفصل الأول ١٤٢٩-١٤٣٠

نظرية الأعداد

١- بين صحة أو خطأ العبارات التالية مع البرهان:

i. إذا كان $a \equiv b \bmod n$، فإن $(b,n)=(a,n)$.

ii. إذا كان $ab \equiv ac \bmod n$، فإن $b \equiv c \bmod n$.

iii. لبكن S نظام رواسب مختزل قياس n. المجموعة $T=\{x : x=y+2, y \in S\}$ هي نظام رواسب مختزل قياس n.

iv. إذا كان x_1, x_2 حلين للتطابق الخطي $ax \equiv b \bmod n$، فإن $n \mid (x_1 - x_2)$.

v. لأي عدد فردي n لدينا $2^{n-1} \equiv 1 \bmod n$.

٢- (أ) أكتب نص مبرهنة الباقي الصينية ثم برهنها.

(ب) عرّف المقصود بعدد كارمايكل، ثم أعطِ مثالا على هذا العدد مع البرهان.

٣- (أ) أثبت استحالة وجود عدد صحيح n بحيث n^2+1 يقبل القسمة على 11.

(ب) إذا كان $p \equiv 3 \bmod 4$، حيث p عدد أولي، فأثبت أن $[(\frac{p-1}{2})!]^2 \equiv 1 \bmod p$.