السؤال الأول

(أ) إذا كان a و b عددين صحيحين ليس كلاهما صفراً
فأثبت أن $(a,b) = ax_0 + by_0$ حيث $x_0, y_0 \in \mathbb{Z}$

(ب) إذا كان $1 = ax_0 + by_0$ فأثبت أن $(a,b) = 1$.

(ج) إذا كان $(a,b) = (a,c) = 1$ فأثبت أن $(a,bc) = 1$.

السؤال الثاني

إذا كان $a \equiv b \pmod{m}$ و $c \equiv d \pmod{m}$ وكان $(c,m) = (d,m) = 1$ فأثبت أن $ac^{-1} \equiv bd^{-1} \pmod{m}$

السؤال الثالث

إذا كان $a, n \in \mathbb{Z}^+$ فأثبت أن $a^{\varphi(n)} \equiv 1 \pmod{n}$ إذا وفقط إذا كان $(a,n) = 1$.

السؤال الرابع

إذا كان $n \in \mathbb{Z}$ فأثبت أن $\frac{n^5}{5} + \frac{n^3}{3} + \frac{7n}{15} \in \mathbb{Z}$.

السؤال الخامس

أثبت وجود عدد غير منته من الأعداد الأولية التي على الصورة $4k+1$.

السؤال السادس

إذا كانت $\sum_{d|n} f(d) = n^2$ حيث f دالة عددية فاحسب $f(n)$.

$c(ac^{-1} - bd^{-1}) \equiv acc^{-1} - bcd^{-1} \equiv acc^{-1} - bdd^{-1} \equiv$

$\equiv a - b \equiv 0 \pmod{m}$

$ac^{-1} - bd^{-1} \equiv 0 \pmod{m}$