الاختبار النهائي ٢٤٣ ريض الفصل الثاني ١٤٣٣-٣٤

ملاحظة: رتب أجوبتك في الدفتر حسب ترتيب الأسئلة

١- لكل عدد فردي n ، أثبت وجود مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه أعداد صحيحة و طول أحد الضلعين القائمين يساوي n .

٢- لتكن $f(n)=\sum_{d|n}\frac{1}{d}$. (ا) أثبت أن f ضربية . (ب) أثبت أن $f(n)=\frac{\sigma(n)}{n}$ ، حيث σ هي دالة مجموع القواسم.

٣- عرّف دالة موبياس μ ، ثم أثبت أن $h(n)=0$ لكل $n>1$ ، حيث $h(n)=\sum_{d|n}\mu(d)$.

٤- إذا كانت φ دالة أويلر، فأثبت أن $\varphi(n)=\varphi(2n)$ إذا و فقط إذا كان n عدداً فردياً.

٥- لتكن $a_1,a_2,\ldots,a_n$ أعداداً أولية نسبياً مثنى مثنى. أثبت أن $[a_1,a_2,\ldots,a_n]=a_1a_2\ldots a_n$.

٦- لأي عدد أولي p ، أثبت أن $\sqrt{p}$ عدد غير نسبي.

٧- برهن وجود حل للمعادلة التطابقية $ax\equiv c \mod n$ إذا و فقط إذا كان $d\,|\,c$ ، حيث $d=(a,n)$ ، و أن عدد الحلول غير المتطابقة يساوي d .

٨- إذا كان $r_1,r_2,\ldots,r_n$ نظام رواسب تام قياس n ، فأثبت أن $\sum_{i=1}^{n}r_i\equiv\frac{n(n-1)}{2} \mod n$.