ملاحظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة.

1- إذا كان $d=(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ ، حيث $n\geq 2$ ، فأثبت تفصيلاً وجود أعداد صحيحة $x_1,x_2,\ldots,x_n$ بحيث $d=a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n$.

2- جد جميع ثلاثيات فيثاغورس البدائية وغير البدائية (x,y,z) التي فيها $x=55$.

3- برهن على وجود نظير ضربي للعدد a قياس n إذا و فقط إذا كان $(a,n)=1$.

4- إذا كان $r_1,r_2,\ldots,r_{\varphi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n ، حيث $n\geq 2$ ، فبرهن أن $\sum_{i=1}^{\varphi(n)} r_i = \frac{n\varphi(n)}{2} \bmod n$ ، حيث φ هي دالة أويلر .

5- عرِّف دالة موبياس μ . أثبت أن μ ضربية ثم أثبت $\sum_{d|n} \mu(d)=0$ لكل $n>1$.

6- (أ) أثبت أن $\sum_{d|n}\frac{1}{d}=\frac{\sigma(n)}{n}$ ، حيث $\sigma(n)$ تعني مجموع قواسم n .

(ب) استخدم (أ) لإثبات أن $H(n)$ ضربية ، حيث $1/H(n)=(1/\tau(n))\sum_{d|n}\frac{1}{d}$ و $\tau(n)$ تعني عدد قواسم n .

7- برهن أن n عدد أولي إذا و فقط إذا كان $(n-1)!\equiv -1 \bmod n$.

8- جد العددين a و b اللذين يحققان $a+b=202$ و $[a,b]=3240$.