الاختبار النهائي ٢٤٣ ريض الفصل الثاني ١٤٣١-٣٢

تنبيه: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة

١. جد جميع الثلاثيات الفيثاغورسية (x,y,z) التي فيها قيمة x أو y يساوي 34 .

٢. لكل عدد صحيح $n\geq 1$ اجعل $\alpha(n)$ الوسط الحسابي لقيم قواسم n .

(أ) أكتب صيغة للدالة α بدلالة σ و τ.

(ب) أثبت أن α ضربية

(ت) احسب $\alpha(1000)$

٣. أثبت أن $n=\sum_{d|n}\varphi(d)$ ، حيث φ دالة أويلر، ثم بيِّن أن φ يجب أن تكون ضربية.

٤. ليكن n عدداً زوجياً تاماً. أثبت أن $n=2^{p-1}(2^p-1)$ حيث p أولي و 2^p-1 أولي أيضا.

٥. إذا كان $n\geq 3$ عدداً فردياً، و $r_1,r_2,\ldots,r_{\varphi(n)}$ نظام رواسب مختزل قياس n ، فأثبت أن $\sum_{i=1}^{\varphi(n)} r_i \equiv 0 \bmod n$ ، حيث φ دالة أويلر.

٦. لأي عدد أولي p و لأي عدد صحيح $n\geq 2$ أثبت أن $\sqrt[n]{p}$ عدد غير نسبي.

٧. جد طريقة لفحص قابلية القسمة على الأعداد 7,11,13 مع الإثبات.

٨. لكل عدد صحيح $n\geq 2$ ، أثبت أن $(n-1)!\equiv -1 \bmod n$ إذا وفقط إذا كان n عدداً أولياً.