

- ١- (أ) أكتب العدد 60 للأساس 7 و أثبت أن التمثيل وحيد.  
 (ب) إذا كانت الأعداد  $n_1, n_2, \dots, n_r$  أولية نسبياً زوجاً زوجاً، فأثبت أن  
 $[n_1, n_2, \dots, n_r] = n_1 n_2 \dots n_r$ .
- ٢- (أ) أثبت أن عدد فرما  $F_5$  مؤلف مع إيجاد قاسم فعلي له.  
 (ب) إذا كان  $n$  عدداً فردياً، فأثبت أن  $n$  يتحلل إلى حاصل ضرب عددين إذا و فقط إذا كان فرقاً بين مربعين.
- ٣- (أ) أثبت أن العدد  $\log_8 5$  غير نسبي.  
 (ب) أثبت أن دالة أويلر  $\varphi$  ضربية.
- ٤- (أ) جد أصغر عدد موجب يحقق النظام التالي مع بيان الخطوات:  
 $x \equiv 3 \pmod{8}$   
 $x \equiv 7 \pmod{12}$   
 $x \equiv 13 \pmod{15}$   
 (ب) احسب جميع ثلاثيات فيثاغورس  $(x, y, z)$  التي فيها  $x = 33$ .
- ٥- (أ) إذا كانت  $f(n) = \sum_{d|n} g(d)$ ، فأثبت أن  $g(n) = \sum_{d|n} \mu(d) f\left(\frac{n}{d}\right)$ ، حيث  $\mu$  دالة موبياس.  
 (ب) صنّف الأعداد التالية من حيث كونها تامة، زائدة أم ناقصة مع ذكر السبب: