الاختبار النهائي　　　　　　　　٢٤٣ ريض　　　　　　　　الفصل ١، ١٤٣٧-٣٨

ملاحظة : من الضروري ترتيب أجوبتك حسب ترتيب ورود الأسئلة.

أقفل جوالك و سلّمه إلى المراقب لحين انتهاء الاختبار.

١- إذا كان $(a,b)=1$ و كان $ab=c^3$ ، فأثبت أن كلاً من a و b عدد مكعب.

٢- إذا كان $(a,c)=1$ ، فأثبت أن $(a,b)=(a,bc)$.

٣- أثبت وجود مالانهاية من الأوليات p على الصورة $p\equiv 2 \bmod 3$.

٤- استخدم مبرهنة أويلر مع التبرير لحساب باقي قسمة 11^{2003} على 150 .

٥- إذا كان (x,y,z) ثلاثياً بدائياً ، فاثبت أن x,y,z على الصورة:

$$x=m^2-n^2,$$
$$y=2mn,$$
$$z=m^2+n^2.$$

حيث $m>n$ ، $(m,n)=1$ و $m\not\equiv n \bmod 2$.

٦- لدينا $\frac{\varphi(n)}{\sigma(n)}=\sum_{d|n} f(d)$. برهن أن f ضربية ، ثم احسب $f(15)$.

٧- أثبت أن n مربع كامل إذا و فقط إذا كان $\tau(n)$ عدداً فردياً.

٨- عرِّف شبه الأولي للأساس b ، ثم قدِّم مثالاً على شبه أولي للأساس 2 ، مع الإثبات.