ملاحظة: رتب أجوبتك في الدفتر بحسب ترتيب الأسئلة.

١- لأي عدد فردي k أثبت وجود ثلاثي فيثاغورس بدائي فيه $x = k$.

٢- إذا كان $r_1, r_2, \ldots, r_n$ نظام رواسب تام قياس n ، حيث $n \geq 2$ ، فأثبت أن

$$\sum_{i=1}^{n} r_i \equiv \frac{(n-1)(n)}{2} \bmod n \ .$$

٣- ليكن p عدداً أولياً. اثبت أن $(p-1)! \equiv -1 \bmod p$.

٤- إذا كان $2^n - 1$ أولياً ، فأثبت أن n أولي. هل العكس صحيح ؟ برر إجابتك.

٥- لتكن φ دالة أويلر. برهن أن $\sum_{d \mid n} \varphi(d) = n$.

٦- جد جميع قيم x التي تحقق $\varphi(x) = 8$.

٧- لأي عددين أوليين مختلفين p, q ، أثبت أن $p^{q-1} + q^{p-1} \equiv 1 \bmod pq$.

٨- لتكن $f(n) = \sum_{d \mid n} \frac{\mu(d)}{\tau(d)}$. أثبت أن f ضربية، ثم أثبت أن $f(n) = 2^{-r}$ ، حيث $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_r^{\alpha_r}$ هو تحليل n إلى قوى الأوليات المختلفة.