

ملاحظة: رتب أجوبتك غي الدفتر بحسب ترتيب ورود الأسئلة.

- 1- جد جميع ثلاثيات فيثاغورس البدائية  $(x, y, z)$  التي فيها  $y = 20$ .
- 2- عرف دالة أويلر  $\varphi$  ، ثم أثبت تفصيلاً أنها ضربية.
- 3- لأي نظام رواسب مختزل  $r_1, \dots, r_{\varphi(n)}$  قياس  $n$  ، حيث  $n \geq 2$  أثبت أن

$$\sum_{i=1}^{\varphi(n)} r_i \equiv \frac{n\varphi(n)}{2} \pmod{n}$$

- 4- لتكن  $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$  كثيرة حدود معاملاتها أعداد صحيحة. إذا كان  $\beta$  جذراً لها بحيث  $0 < \beta < 1$  ، فأثبت أن عدد غير نسبي.
- 5- احسب المقلوب الضربي للعدد 28 قياس 75 ، إن وجد ، و ذلك باستخدام خوارزمية أقليدس.
- 6- ما المقصود بأعداد كارمايكل ؟ أعط مثلاً عددياً مع الإثبات.
- 7- لتكن  $\frac{\mu(n)}{n} = \sum_{d|n} f(d)$  ، حيث  $\mu$  دالة موبياس. أثبت أن  $f$  ضربية ثم أحسب  $f(9)$ .
- 8- إذا كان  $(a, b) = 1$  و  $ab = c^n$  ، فأثبت وجود عددين  $a_1$  و  $b_1$  بحيث  $a = a_1^n$  و  $b = b_1^n$ .