

ملحوظة: رتب إجابتك في الدفتر حسب ترتيب ورود الأسئلة.

1. أثبت أن  $\sqrt{2} + \sqrt{5}$  عدد غي نسبي.
2. ما المقصود بشبه الأولي للأساس  $b$ ؟ أعطِ مثلاً على شبه أولي للأساس 2 مع الإثبات.
3. جد جميع الأعداد الأولية  $p$  بحيث يكون العدد  $17p + 1$  مربعاً كاملاً.
4. إذا كان  $n$  عدداً زوجياً تاماً، فأثبت وجود أولي  $p$  بحيث  $n = 2^{p-1}(2^p - 1)$  و  $2^p - 1$  أولي.
5. جد جميع ثلاثيات فيثاغورس البدائية  $(x, y, z)$  التي فيها  $x = 33$ .
6. أثبت أن  $n = \sum_{d|n} \varphi(d)$ ، ثم استنتج أن دالة أويلر  $\varphi$  ضربية.
7. إذا كان  $n \geq 3$  و كان  $r_1, r_2, \dots, r_{\varphi(n)}$  نظام رواسب مختزل قياس  $n$ ، فأثبت أن
 
$$\sum_{i=1}^{\varphi(n)} r_i \equiv 0 \pmod{n}$$
8. إذا كان  $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \dots p_r^{a_r}$  هو تحليل  $n$  إلى قواه الأولية و كانت  $\tau$  دالة عدد قواسم  $n$ ، فأثبت أن  $(-1)^r = \sum_{d|n} \mu(d)\tau(d)$ ، حيث  $\mu$  دالة موبياس.