تمارين (١-٣) :

أوجد نطاق الدوال التالية :

٥) $f(x,y)=\ln(x^2+y)$

٧) $f(x)=\dfrac{\sqrt{9-x^2-y^2}}{x+2y}$

تمارين (١-٧)

اختبر وجود النهايات التالية ، واحسب قيمة النهاية في حالة وجودها :

٤) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2}{x^2+y^2}$

٦) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)}\sqrt{\frac{x-y}{2x+y}}$

٨) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,1)}\frac{3x^2+xy^2-3xy-y^3}{x^2-y^2}$

١٠) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)}\frac{xy+xz+yz}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

١٣) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x-2y}{x^2+y^2}$

١٥) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^4-y^2}{x^2+y^2}$

١٨) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}$

ابحث اتصال الدوال التالية :

٢١) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin(xy)}{x^2+y^2} & ; (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ; (x,y)=(0,0)\end{cases}$

٢٦) $f(x,y)=\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}$

تمارين (١-٩)

٢٠) برهن على أن الدالة $f(x,y)=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ تحقق المعادلة $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}=0$

٢٣) برهن أن الدالة $f(x,y,z)=e^{3x+4y}\cos(5z)$ تحقق المعادلة $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 f}{\partial z^2}=0$

٢٦) برهن أن الدالة $w=\tan^{-1}\left(\dfrac{y}{x}\right)$ تحقق العلاقة $w_{xy}=w_{yx}$

٢٨) إذا كانت $w=e^{-c^2t}\sin(cx)$ فبرهن على أن $w_{xx}=w_t$ حيث c ثابت

٤٧) لتكن g معرّفة على $\mathbb{R}^2$ على النحو التالي:

$$g(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^4+y^4} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(أ) برهن على أن كلاً من $g_x(0,0)$ و $g_y(0,0)$ موجوده

(ب) برهن على أن g غير متصلة عند $(0,0)$

٤٩) (أ) إذا كانت f دالة في المتغيرين x و y معرّفة على $\mathbb{R}^2$ كما يلي:

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^4} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

فأحسب قيمة كل من $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}(0,0)$ ، $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}(0,0)$ إن وجدت

(ب) برهن على أن إحدى الدالتين $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$ ، $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}$ غير متصلة عند النقطة $(0,0)$

٥١) برهن على أنه إذا كانت:

$$f(x,y)=\sin(x+y)\,e^{x-y}$$

فإن:

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial^2 f}{\partial y}\right)^2=2e^{2(x-y)}$$

(تمارين ١ - ١١)

١٢) أحسب dG عند النقطة $(-3,0,2)$ حيث $G(x,y,z)=x^2y+2xyz-z^3$

٤٣) لتكن

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy^2}{x^4+y^4} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

(أ) أدرس اتصال الدالة f عند النقطة $(0,0)$

(ب) برهن على أن كلاً من $f_x(0,0)$ و $f_y(0,0)$ موجوده

(جـ) أدرس قابلية التفاضل للدالة f عند $(0,0)$

٤) إذا كانت

$$f(x,y)=\begin{cases} xy\cdot\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & ;\ (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0) \end{cases}$$

برهن على أن f قابلة للتفاضل عند $(0,0)$

(تمارين ١-١٣)

١) إذا كانت f قابلة للاشتقاق عند u، برهن على أن الدالة:

$$z=xy+f(x^2+y^2)$$

تحقق العلاقة:

$$y\frac{\partial z}{\partial x}-x\frac{\partial z}{\partial y}=y^2-x^2$$

٣) إذا كانت $z=f(x,y)$، وكانت $y=2rs$ و $x=r^2+s^2$، ولنفرض أن للدالة f مشتقات f الجزئية من الرتبة الثانية متصلة عند كل نقطة (x,y) من نطاق f ثم احسب كلاً من $\dfrac{\partial^2 z}{\partial r\partial s}$، $\dfrac{\partial^2 z}{\partial s\partial r}$

٧) أحسب $\dfrac{\partial u}{\partial s}$، $\dfrac{\partial u}{\partial r}$ حيث $z=(r-s)^2$، $y=r^2-s^2$ و $x=rs$

١٧) إذا كانت المعادلة $y^5+3x^2y^2+5x^4=12$ تعرف دالة ضمنية $y=f(x)$ قابلة للاشتقاق. احسب $\dfrac{dy}{dx}$.

٢٥) إذا كانت المعادلة $xyz=\cos(x+y+z)$ تعرف دالة ضمنية $z=f(x,y)$ قابلة للتفاضل. أحسب $\dfrac{\partial z}{\partial x}$، $\dfrac{\partial z}{\partial y}$، $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$

٢٧) إذا كانت $z=f(x,y)$ وكانت $x=r\cos\theta$، $y=r\sin\theta$ فبرهن على أن:

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2=\left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial z}{\partial \theta}\right)^2$$

تمارين (١ – ١٥)

١) أوجد القيم القصوى المحلية للدوال التالية ثم حدد نوعية هذه القيم

(2) $f(x,y) = x^3 + 3xy - y^3$

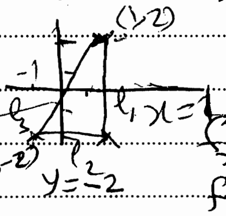
٢) أوجد القيم العظمى والصغرى المطلقة للدالة على المنطقة R

(22) $f(x,y) = x^3 + 3xy - y^3$ ، حيث R المثلث المغلق الذي رؤوسه $(1,2)$ ، $(1,-2)$ ، $(-1,-2)$

(26) $f(x,y) = 2x^2 + x + y^2 - 2$ ، حيث $R = \{(x,y) : x^2+y^2 \le 4\}$

(2) $g(x,y) = f_{xx} f_{yy} - (f_{xy})^2$

(22)



$y-2 = \frac{2+2}{1+1}(x-1)$

$y-2 = 2(x-1)$

$y = 2x-2+2$

$\boxed{y=2x}$

أولاً: نوجد النقاط الحرجة للدالة f :

$f_x = 3x^2 + 3y = 0 \Rightarrow y = -x^2$

$f_y = 3x - 3y^2 = 0$

$3x - 3(-x^2)^2 = 0$

$3x - 3x^4 = 0$

$3x(1-x^3) = 0 \Rightarrow x = 0 \;,\; x = 1$

$y = 0 \quad y = -1$

$(0,0) \;,\; (1,-1)$ ليست من المنطقة

$f(0,0) = 0 \;,\; f(1,-1) = 1 - 3 + 1 = \boxed{-1}$

ثانياً: على l_1 ، $f(1,y) = 1^3 + 3y - y^3$ حيث $y \in [-2,2]$

$f' = 3 - 3y^2 = 0 \Rightarrow y = 1 \;,\; y = -1$

$f(1) = 1 + 3 - 1 = 3 \;,\; f(-1) = 1 - 3 + 1 = \boxed{-1}$

$f(+2) = 1^3 + 6 - 8 = \boxed{-1}$ ق.ص.م ، $f(-2) = 1 - 6 + 8 = 3$

ثالثاً: على l_2 ، $f(x,-2) = x^3 - 6x + 8$ حيث $x \in [-1,1]$

$f' = 3x^2 - 6 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \notin l_2$

$f(-1) = -1 + 6 + 8 = \boxed{13}$ ق.ع.م ، $f(1) = 1 - 6 + 8 = 3$

رابعاً: على l_3 ، $f(x,2x) = x^3 + 6x^2 - 8x^3 \in (y=2x)$ حيث $x \in [-1,1]$

$= -7x^3 + 6x^2$

$f' = -21x^2 + 12x = 0$

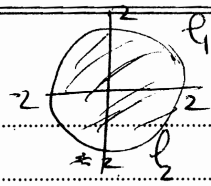
$3x(-7x+4) = 0 \Rightarrow x = 0 \in [-1,1]$

$x = \frac{4}{7} \in [-1,1]$

$f(0) = 0 \quad f\left(\frac{4}{7}\right) = \frac{32}{49}$

$f(-1) = 7 + 6 = \boxed{13} \;,\; f(1) = -7 + 6 = \boxed{-1}$

$2x^2+x+y^2-2$



(26) أو/ ٣- نوجد النقاط الحرجة للدالة f :

$f_x = 4x+1 = 0$
$f_y = 2y = 0$ $\Rightarrow (-\frac{1}{4}, 0) \in R$

$f(-\frac{1}{4}, 0) = 2\cdot\frac{1}{16} - \frac{1}{4} - 2 = \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 2 = \boxed{\frac{-9}{4}}$ ق. ص. مطلق

ثانيا: على l_1 : $y = \sqrt{4-x^2}$

على المجال $[-2,2]$ $f = 2x^2 + x + 4 - x^2 - 2$
$= x^2 + x + 2$

$f' = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \in [-2,2]$

$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 2 = 2 - \frac{1}{4} = \boxed{\frac{7}{4}}$ ق.ع. مطلق

ثالثا: على l_2 : $y = -\sqrt{4-x^2}$

في l_2 $f = 2x^2 + x + 4 - x^2 + 2$
$f = x^2 + x + 2$
(نفسه)

أوجد القيم القصوى للدالة ثم حدد نوعية القيم القصوى

(II) $f(x,y) = 2x^2 + xy - y^2 + y$ على القيد $2x+3y=1$

$g = 2x + 3y - 1 = 0$

$f_x = \lambda \cdot g_x \quad , \quad f_y = \lambda \cdot g_y$

$4x + y = \lambda \cdot 2 \quad , \quad x - 2y + 1 = \lambda \cdot 3$

$8x + 2y = 0$
$4x + y = 0$ $\Leftarrow$ $\boxed{\lambda = 0}$ نفرض
$x - 2y = -1$

$9x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{9} \Rightarrow$

$f(-\frac{1}{9}) = -\frac{2}{9} + 3y - 1 = 0 \Rightarrow 3y = \frac{11}{9} \Rightarrow y = \frac{11}{27}$

$f(-\frac{1}{9}, \frac{11}{27})$

$\frac{x - 2y + 1}{4x + y} = \frac{3\lambda}{2\lambda}$ بالقسمة $\Leftarrow$ $\boxed{\lambda \neq 0}$ نفرض

$2x - 4y + 2 = 12x + 3y$

$-7y = 10x - 2 \Rightarrow y = -\frac{10}{7}x + \frac{2}{7}$

$2x + 3(-\frac{10}{7}x + \frac{2}{7}) - 1 = 0$

$2x - \frac{30}{7}x - \frac{6}{7} + 1 = 0 \Rightarrow -\frac{16}{7}x = \frac{13}{7}$

$x = \frac{13}{-16}$

لا يكتب في
هذا الهامش

$\Longrightarrow y = \frac{-10}{7}\left(\frac{13}{-16}\right) + \frac{2}{7} = \frac{5}{7} \cdot \frac{13}{8} + \frac{2}{7}$

$= \frac{65+16}{56} = \frac{81}{56}$

$f\left(\frac{13}{-16}, \frac{81}{56}\right) = \dots$

---

(٥٤) أوجد القيم القصوى للدالة $f(x,y,z) = x + 3y + 5z$ على القيد $x^2+y^2+z^2=1$

$g = x^2+y^2+z^2-1 = 0$

$1 = \lambda \cdot 2x \quad , \quad 3 = \lambda \cdot 2y \quad , \quad 5 = \lambda \cdot 2z$

λ لا يمكن أن تكون صفراً لأنه يعطي لدينا $\boxed{1=0}$

$\lambda \neq 0 \Leftarrow$ نقسم على $\frac{(3)}{(1)}$ و $\frac{(2)}{(1)}$

$3 = \frac{y}{x} \Rightarrow \boxed{y = 3x} \quad , \quad 5 = \frac{z}{x} \Rightarrow \boxed{z = 5x}$

نعوض في معادلة القيد :
$x^2 + 9x^2 + 25x^2 = 1$

$35x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{35}} \Rightarrow y = \pm\frac{3}{\sqrt{35}} , z = \pm\frac{5}{\sqrt{35}}$

$f\left(\frac{1}{\sqrt{35}}, \frac{3}{\sqrt{35}}, \frac{5}{\sqrt{35}}\right) =$

$f\left(-\frac{1}{\sqrt{35}}, \frac{-3}{\sqrt{35}}, \frac{-5}{\sqrt{35}}\right) =$

باقي التطبيقات + لا يجوز تقديم ٢٠٤٤٢٤

(٦٦) أوجد القيم العظمى للدالة $f(x,y,z) = xyz$ حيث (x,y,z) مقيدة بقيدين $x+y+z=4$ و $x-y-z=3$

$g = x+y+z-4 = 0$ ، $h = x-y-z-3 = 0$

$f_x = \lambda g_x + \mu h_x$

$f_y = \lambda g_y + \mu h_y$

$f_z = \lambda g_z + \mu h_z$

$yz = \lambda + \mu \quad \text{—(1)}$

$xz = \lambda - \mu \quad \text{—(2)}$

$xy = \lambda - \mu \quad \text{—(3)}$

$yz + xz = 2\lambda \quad \cancel{z = \dots \Leftarrow z(y-x)} \Leftarrow \cancel{yz = xz} \Leftarrow (2)+(1)$

$\cancel{yz} + xz = \cancel{yz} + xy \Leftarrow yz + xy = 2\lambda \Leftarrow (3)+(1)$

$x(z-y) = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y+z = 4 \\ -y-z = 3 \end{cases}$

مستحيل $0 = 7 \Leftarrow \boxed{z=y} \Leftarrow \begin{cases} x+2y=4 \\ x-2y=3 \end{cases} \Leftarrow 2x = 7 \Leftarrow \boxed{x = \frac{7}{2}}$

$\frac{7}{2} + 2y = 4 \Leftarrow 2y = \frac{1}{2} \Leftarrow \boxed{y = \frac{1}{4}} \Leftarrow z = \frac{1}{4} \Leftarrow \left(\frac{7}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$

$4 - \frac{7}{2}$

$f\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) = \dots$

ع . ع } ؟؟
ص . ع

لا يكتب في هذا الهامش

(٤) أوجد النقاط (x,y,z) التي تحقق المعادلة $xy^2z^2=1$ والتي تكون أقرب ما يكون إلى نقطة الأصل

(٤٢) أوجد ثلاثة أعداد موجبة بحيث يكون مجموعها 1000 وحاصل ضربها أكبر ما يمكن

(٦٢) أوجد نقطة (x,y,z) تقع على المنحنى الناتج من تقاطع السطحين $x-4y-z=0$ و $x^2+4y^2+4z^2=4$ بحيث تكون أقرب ما يمكن من نقطة الأصل

(تمارين ٢-٤)

(١) أحسب التكامل المعرف على R: $\iint_R \frac{\sin x}{x}\,dA$ حيث R هي المنطقة المحدودة بالمثلث الذي رؤوسه $(0,0)$, $(1,0)$, $(1,1)$

(١٤) أحسب التكامل $\int_0^1\int_0^1 |x-y|\,dy\,dx$

$\frac{9}{4}$ (٢) أحسب التكامل المعرف على R: $\iint_R \frac{y^2}{x^2}\,dA$ حيث R المنطقة المحدودة بالمنحنيات $y=x$ ، $y=2$ ، $x=1$

(٣) $I=\iint_R x^2\sqrt{9-y^2}\,dA$ حيث R المنطقة المحدودة بمحيط الدائرة $x^2+y^2=9$

(٢٦) أعكس ترتيب التكامل ثم احسب التكامل $\int_0^4\int_{\sqrt{x}}^2 \sin(\pi y^3)\,dy\,dx$ 0

(تمارين ٢-٦):

(٩) أحسب مساحة المنطقة المستوية المحدودة بمنحنى الدالة $x=y^2$ و $x-y=4$ على الفترة $[-1,2]$

(١٤) أحسب حجم الجسم المحدود بالمستوى $x+2y+3z=6$ والمستويات الإحداثية

(تمارين ٢-٨):

عبر عن التكامل بالإحداثيات القطبية

(١) $I=\iint_R 2y\,dA$ حيث R المنطقة المحدودة بالدائرة $(x-1)^2+y^2=1$ والمستقيم $y=x$ والمستقيم $y=-x$

(٣) $I=\iint_R \sin(x^2+y^2)\,dA$ حيث R هي المنطقة $R=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2: 1\le x^2+y^2\le 16\}$

(٥) أحسب مساحة المنطقة داخل منحنى الكاردويد $r=1+\cos\theta$ وخارج الدائرة $r=\frac{1}{2}$

لا يكتب في هذا الهامش

$x^2+y^2=1$

(١٣) احسب حجم المجسم مستخدماً التكامل الثنائي بالإحداثيات القطبية

المجسم داخل الكرة $4=x^2+y^2+z^2$ وخارج الأسطوانة $x^2+y^2=1$

وفوق المستوى xy

(١٩) حول التكامل بالإحداثيات القطبية ثم احسب

$$\int_0^2\int_0^{\sqrt{2x-x^2}}(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}\,dy\,dx$$

(ص ٦٦، ٣ - ١٠)

(٢) احسب التكامل $\int_0^3\int_{-1}^{1}\int_z^4 (y-xz)\,dy\,dx\,dz$ ٣٦

احسب حجم المجسم G:

(١٨) المجسم G المحدود بالسطحين $z=5x^2+5y^2$ و $z=6-6x^2-y^2$

(١٩) المجسم G في الثمن الأول والمحدود بالسطح $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ وبالمستويات الإحداثية $(a>0, b>0, c>0)$

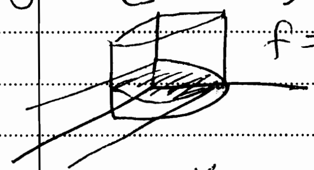
(٢٠) المجسم G: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

(تمارين ٩ - ٤):

(٤٩) احسب حجم المجسم في الثمن الأول المحدود بالسطحين:
$z=x^2+y^2+1$ و $x^2+y^2=25$

(تمارين ٩ - ١٤):

(١) أوجد مساحة السطح لجزء من الأسطوانة $y^2+z^2=a^2$ الذي يقع داخل الأسطوانة $x^2+y^2=a^2$



$f=z=\sqrt{a^2-y^2}$

$$A=8\int_0^a\int_0^{\sqrt{a^2-x^2}}\sqrt{1+\frac{y^2}{a^2-y^2}}\,dy\,dx=\dots=8a^2$$

بالتعويض المثلثي (حقاً) $y=a\sin\theta$

لا يكتب في هذا الهامش

تمارين ٣-٤

١١) استخدم التعريف لإثبات أن $\lim_{n\to\infty} \frac{5-n}{2+3n} = -\frac{1}{3}$

أحسب قيمة النهايات:

٢٣) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1} - n}$

٢٥) $\lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{3n}\right)^n$

تمارين ٣-٦

أوجد النهايات:

٢٩) $\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^2-1}}{2n}$

٣١) $\lim_{n\to\infty} \frac{3^{n+1}}{5^{n+2}}$

٣٣) $\lim_{n\to\infty} \frac{4n^3-5}{6n^3+3}$

٣٥) $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{5n}$

٣٦) $\lim_{n\to\infty} \tanh n$

تمارين ٣-٧

حدد هل المتسلسلات متقاربة أم متباعدة وأوجد مجموع المتقاربة منها

١) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

٢٤) $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi$ D

٢٥) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ $\lim \frac{\sin\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1 \neq 0$ D

٣٤) $\sum \left[\frac{1}{8^n} + \frac{1}{n(n+1)}\right]$ $\frac{8}{7}$

٢٩) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n+2}$

لا يكتب في هذا الهامش

فوائد:

$\ln n < n$

$\sin n < n$

$n! > 2^n$

$n! > n^2$

$n^n > n^2$

(تمارين ٣-١٠)

حدد فيما إذا كانت المتسلسلة متقاربة أو متباعدة

١٧ $\sum \frac{\tan^{-1} n}{1+n^2}$ ت

١٩ $\sum \frac{n!}{(n+2)!}$

٢٥ $\sum \frac{\ln n}{n^2}$

٢٩ $\sum \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)$ ت

٣٩ $\sum \frac{1+2^n}{1+3^n}$ ت

(تمارين ٣-١٢)

حدد فيما إذا كانت المتسلسلة متقاربة أو متباعدة

٢ $\sum_{1}^{\infty} \frac{n!}{2n!}$

٦ $\sum_{1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}$

٢٢ $\sum_{n=2} \frac{1}{(\ln n)^n}$ ت

(تمارين ٣-١٤)

حدد فيما إذا كانت المتسلسلة متقاربة أو متباعدة

٣ $\sum (-1)^n \frac{3}{n^2+1}$

حدد فيما إذا كانت المتسلسلة متقاربة مطلقاً أو متقاربة شرطياً أو متباعدة

١٩ $\sum (-1)^{n+1} \frac{1}{3n+4}$ CC

٢٧ $\sum (-1)^{n+1} \frac{\sqrt[3]{n}}{n+1}$ AC $\Rightarrow$ C

٣٣ $\sum \frac{n^n}{(-5)^n}$ DD

لا يكتب في هذا الهامش

(تمارين ٤ - ٣)

أوجد عشرة حدود ماكلورينية للدالة f

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n$$

(٥) $f(x)=e^{-x}$

(تمارين ٤ - ٥)

أوجد فترة تقارب ~~ا~~ متسلسلة القوى

(١٩) $\sum \frac{\ln n\,(x-5)^n}{n+1}$ $(-\infty,\infty)$

(٢١) $\sum \frac{n+1}{10^n}(x-4)^n$ $(-6,14)$

(٣٥) $\sum (-1)^n \frac{n!}{n^3}(x+2)^n$

(تمارين ٤ - ٧)

أوجد متسلسلة القوى التي لها المجموع المعطى

$\sum x^n = \frac{1}{1-x}, \; |x|<1$

$\sum \frac{x^n}{n!} = e^x$

(٥) $\frac{x}{2-3x}$ $\sum \frac{3^n}{2^{n+1}} x^{n+1}$ $-\frac{2}{3}<x<\frac{2}{3}$

أوجد متسلسلة القوى التي تمثل $f(x)$

$\sum \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1} = \tan^{-1}x \; ; |x|<1$

(١١) $f(x)=x^3 e^{-x}$

$\sum \frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1} = \ln(1+x)$ $|x|<1$ $|x|<1$; (١٤) $f(x)=x^2\tan^{-1}x^2$

$\sum \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} = \sin x$

(١٥) $f(x)=x^2\ln(1+x^2)$

(١٦) $f(x)=x^4\sin(x^2)$

(تمارين ٤ - ٩)

أوجد متسلسلة تيلور عند c (لا تثبت أن $\lim_{n\to\infty} R_n(x)=0$)

(٢٤) $f(x)=\ln x \; ; c=2$

$$f^{(n)}(x)=\sin\left(x+n\frac{\pi}{2}\right) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n}{2}}\sin(c) & ; n \text{ زوجي} \\ (-1)^{\frac{n-1}{2}}\cos(c) & ; n \text{ فردي} \end{cases}$$

(٢٦) $f(x)=\sin x \; ; c=\frac{\pi}{4}$

$$\sum_{0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2}\,(2n+1)!}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)^{2n+1}$$

لا يكتب في هذا الهامش

أكتب الحدود الثلاثة الأولى لمتسلسلة تايلور للدالة $f(x)$ حيث

٢٨) $f(x) = \tan^{-1} x$; أ = 1

(تمارين ٤ - ١١):

استخدم متسلسلة ذات الحدين لإيجاد متسلسلة ماكلورين للدالة $f(x)$

٣) $f(x) = \sqrt{1-x^3}$; $r = 1$; $1 - \frac{1}{2}x^3 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5 \cdots (2n-3)}{2^n\, n!} x^{3n}$

٩) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{1+x}}$

$$(1+x)^k = 1 + kx + \frac{k(k-1)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{k(k-1)\cdots(k-n+1)}{n!}x^n + \cdots \quad |x|<1,\ k \in R$$

نظرية ذات الحدين