تطبيقات في بحوث العمليات (البرمجة الخطية)

1) مصنع للبلاستيك يقوم بإنتاج نوعين من الأدوات البلاستيكية. يتطلب إنتاج الوحدة الواحدة من النوع الأول 3 ساعات عمل ، 4 كجم من المواد البترولية ، بينما يتطلب إنتاج الوحدة من النوع الثاني 5 ساعات ، 2 كجم من المواد البترولية. المصنع يربح 10 ريالات من الوحدة الواحدة من النوع الأول ، 8 ريالات من النوع الثاني ، وأن إمكانيات المصنع الأسبوعية هي 109 ساعة عمل ، 80 كجم من المواد البترولية . اكتب النموذج الرياضي موضحا الحل الأمثل لهذا البرنامج الذي يحقق أعلى ربح للمصنع.

2) يرغب شخص في تحديد محتويات وجبته الغذائية تبعاً لتعليمات صحية معينة يتحقق منها احتياجات جسمه من البروتين ، والدهون ، والكربوهيدرات بأقل تكلفة ممكنة . الجدول التالي يبين أربع أنوع من الأطعمة ، كل منها يحتوي على كميات محددة من المواد الغذائية السابقة وتكلفة الوحدة من كل نوع ، وكذلك أقل احتياج يومي لجسم الشخص . اكتب النموذج الرياضي موضحا الحل الأمثل لهذا البرنامج.

المركبات \ الطعام	البروتين	الدهون	الكربوهيدرات	تكلفة الوحدة
نوع 1	0.2	0.1	0.5	2
نوع 2	0.1	0.2	0.1	1
نوع 3	0.5	0.4	0.1	3
نوع 4	0.3	0.5	0.2	4
أقل كمية يحتاجها الجسم	3	4	4	

3) شركة صغيرة تقوم بتصنيع ثلاث أنواع مختلفة من أحزمة الرجال: حزام 110 سم ، حزام 120 سم ، 133 سم . الربح الناتج من الوحدة الواحدة من كل نوع هو على الترتيب: 3 ، 2 ، 4 ريالات . الجدول التالي يوضح الوقت اللازم لانتاج وحدة واحدة من كل نوع باستخدام نوعين من الآلات: آلة1 ، آلة 2 . ترغب الشركة فى حساب عدد القطع التي يجب أن تصنع من كل نوع حتى تحقق أعلى ربح ، علماً بأن طاقة المصنع من النوع الأول هى 100 قطعة ، ومن النوع الثاني 200 قطعة ، ومن النوع الثالث 150 قطعة. اكتب النموذج الرياضي موضحا الحل الأمثل لهذا البرنامج الذي يحقق أعلى ربح للمصنع.

النوع | الآلة	حزام 110 سم	حزام 120 سم	حزام 133 سم	طاقة الآلة
آلة 1	4	3	5	2000
آلة 2	2	2	4	2500

4) تقوم شركة بصناعة نوعين من الآثاث (مقعد ، مكتب) ، ويقدر الربح الناتج من صناعة قطعة مقعد واحدة 20 ريال ، 30 ريال للقطعة الواحدة من المكتب . تقوم ثلاث آلات : آلة 1 ، آلة 2 ، آلة 3 بصناعة المنتجين . الوقت اللازم (بالساعة) لصناعة وحدة واحدة من كل نوع ، بالاضافة الى الوقت المتاح لكل آلة موضح بالجدول التالي .

المنتج |الآلات	مقعد	مكتب	الوقت
آلة 1	3	3	36
آلة 2	5	2	50
آلة 3	2	6	60

5) تمتلك شركة مصنعاً لصناعة السجاد الملون والسادة. الربح العائد من كل القطعة الواحدة من كل نوع هو200 ريال للملون ، 140 للسادة . نظراً لمحدودية موارد المصنع فإن البرنامج الحالي للمصنع يضمن انتاجاً شهريا قدرة 650 سجادة سادة ، 2600 ملون . ترغب الشركة في اعادة النظر في البرنامج الحالي لمعرفة ما اذا كان هناك برنامج أفضل من الحالي يعظم من أرباحها الشهرية . عملية انتاج

السجاد بنوعيه تمر على أربعة أقسام ، وأدت الدراسة التى قام بها المتخصصون في الأقسام الأربعة الى محدودية الوقت المتوفر وتأثيرها على الطاقة الانتاجية. الجدول التالي يبين الوقت (بالساعة) اللازم لتصنيع سجادة من كل نوع في الأقسام الأربعة وطاقة كل قسم شهرياً .

السجاد | القسم	سجاد سادة	سجاد ملون	طاقة القسم
1	3	0	6000
2	0	2.9	8000
3	2.5	2	7500
4	1.3	1.5	5000

وفقا لهذه البيانات ، اكتب النموذج الرياضي موضحا الحل الأمثل لهذا البرنامج الذي يحقق أعلى ربح للمصنع.

6) عامل زراعي يمتلك قطعة أرض مساحتها 1200 متر مربع، ويمكن في هذه القطعة زراعة نوعين من الحبوب. يتطلب زراعة الحبوب مساحة من الارض ، كمية من الماء ، وكمية من الاسمدة الزراعية وذلك حسب الجدول التالي:

	حبوب من النوع الاول	حبوب من النوع الثاني	المتوفر
مساحة الارض(م2)	200	240	1200
كمية الماء (م3)	30	15	120
كمية الاسمدة (كجم)	1	1	3

الجدول يوضح ان كمية الماء لدى العامل الزراعي محدودة، أما الاسمدة الزراعية فهي متوفرة ويمتلك العمل منها كمية كبيرة ويريد العامل ان يستعمل منها في عملية الزراعة على الاقل 3 كجم. يقدر الربح الذي يمكن أن يعود من زراعة 1 كجم من حبوب النوع الاول بحوالي 4 ريال ، ومن النوع الثاني بحوالي 3 ريال. اكتب النموذج الرياضي موضحا الحل الأمثل لهذا البرنامج الذي يحقق أعلى ربح للعامل.

7) أحد البرامج الصحية لمريض هو أن يتبع نظام غذائي معين (Diet) . هذا النظام الغذائي لابد أن يحتوي على الأقل 4000 وحدة من الفيتامينات ، 40 وحدة من المعادن ، 1400 سعر حراري (Calories) . نوعين من الطعام أ ، ب متوفرين بسعر 3 ، 4 ريال للوحدة من كل نوع على الترتيب . الجدول التالي يوضح المكونات من كل نوع مع التكلفة . ما هي الكميات المطلوبة من كل نوع للحصول على أقل تكلفة ممكنة .

المحتويات | الطعام	الفيتامينات	المعادن	السعرات الحرارية	التكلفة
نوع أ	200	1	40	4
نوع ب	100	2	40	3
أقل كمية	4000	50	1400	

حل التطبيقات السابقة

مسألة البلاستيك:- الصيغة الرياضية لهذه المسألة تأخذ الشكل الآتي ،

متغيرات المسألة (متغيرات القرار): يرمز لها بالرموز x_1, x_2 حيث أن x_1 تمثل عدد القطع المصنعة من النوع الأول ، بينما x_2 تمثل عدد القطع المصنعة من النوع الثاني .

دالة الهدف (الربح الكلي): إذا كان الربح الناتج من وحدة واحدة من النوع الأول هو 10 ريالات ، فإن الربح الناتج من تصنيع عدد x_1 من النوع الأول هو $10x_1$. بالمثل يكون الربح الناتج من تصنيع عدد x_2 من النوع الثاني هو $8x_2$. إذا الربح الكلي هو: $\mathbf{z = 10x_1 + 8x_2}$

القيود: يمكن وضع بيانات المسألة على الصورة الآتية ،

طاقة المصنع	النوع الثاني	النوع الأول	النوع \ المواد
109	5	3	الوقت (ساعة)
80	2	4	المواد البترولية (كجم)

من ذلك يتضح أن هناك قيدين (شرطين) مهمين هما: قيد الوقت ، وقيد المواد البترولية . بالنسبة لقيد الوقت: تصنيع عدد x_1 من النوع الأول يتطلب $3x_1$ ساعة ، بينما تصنيع عدد x_2 من النوع الثاني يتطلب $5x_2$ ساعة ، وبالتالي يجب أن يكون مجموع ساعات العمل للنوعين لا تتعدى 109 ساعة . إذا قيد الوقت يأخذ الصورة: $\mathbf{3x_1 + 5x_2 \leq 109}$

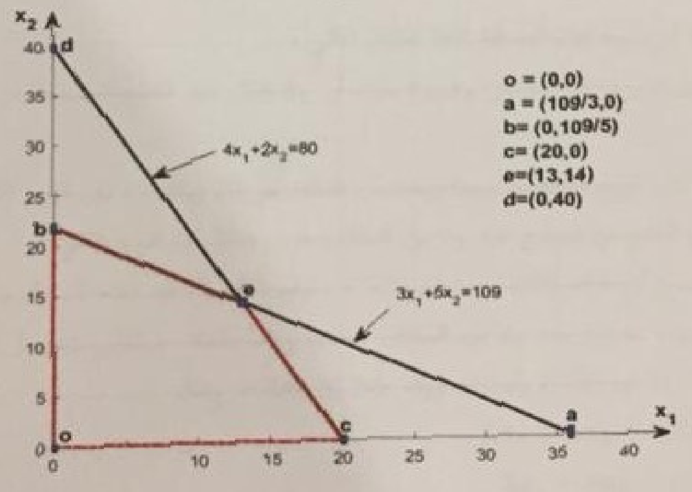
بالمثل قيد المواد البترولية يأخذ الصورة : $\mathbf{4x_1 + 2x_2 \leq 80}$

القيود اللاسالبية: لابد أن يكون عدد القطع المصنعة من كل نوع موجب بمعنى : $\mathbf{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0}$

من كل ما سبق تكون الصيغة الرياضية للمسألة على الصورة :

$$\begin{aligned} Max \quad & z = 10x_1 + 8x_2 \\ s.t. \quad & 3x_1 + 5x_2 \leq 109, \\ & 4x_1 + 2x_2 \leq 80, \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

الحل: حل المسألة السابقة يتطلب رسم القيود في منطقة الربع الأول للاحداثيات الكارتيزية، ويتم ذلك برسم الخطين المستقيمين للقيود . القيد الاول معادلته هي : $3x_1 + 5x_2 = 109$ ويمكن رسمه بمعرفة نقطتين عليه هما ، $a = \left(\frac{109}{3}, 0\right), b = \left(0, \frac{109}{5}\right)$ وبالتالي فإن المنطقة في الربع الأول أسفل الخط المستيم $\overleftrightarrow{ab}$ هي التى تحقق القيد الأول. بالمثل المنطقة في الربع الأول أسفل الخط المستيم $\overleftrightarrow{cd}$ هي التى تحقق القيد الثاني. تقاطع المنطقتين ينتج عنه منطقة الحل الممكنة وهي obec



منطقة الحل الممكنة =obec ، نقوم بالتعويض في دالة الهدف بنقط (قيم النقط موضحة على الرسم) هذه المنطقة فنجد أن:-

الحل الامثل= $e = (13,14)$ ، وبالتالي فإن أكبر قيمة لدالة الهدف هي $z = 242$ ، معنى ذلك أنه على مصنع البلاستيك أن يصنع من النوع الأول عدد 13 قطعة ، بينما يصنع من النوع الثاني 14 قطعى حتى يحقق أعلى ربح مقداره 242 .

ملحوظة:

- أي حل ممكن آخر داخل منطقة الحل الممكنة لن يعطي قيمة أفضل لدالة الربح من 242 .
- المناطق ace ، bde ، والغير محددوة aed مناطق حلول غير ممكنة (أي لا تحقق القيود معا أو بعضها) .

مسألة البروتين ، والدهون ، والكربوهيدرات:- الصيغة الرياضية لهذه المسألة تأخذ الشكل الآتي ،

متغيرات المسألة (متغيرات القرار): يرمز لها بالرموز x_1, x_2, x_3, x_4 حيث أن x_1 تمثل كمية الطعام من النوع الأول ، بينما x_2 تمثل كمية الطعام من النوع الثاني ، x_3 تمثل كمية الطعام من النوع الثالث، x_4 تمثل كمية الطعام من النوع الرابع.

دالة الهدف (التكلفة الاجمالية): إذا كانت تكلفة الوحدة الواحدة من النوع الأول هى 2 ريال ، فإن تكلفة كمية مقدارها x_1 من النوع الأول هى $2x_1$. بالمثل يكون تكلفة كمية مقدارها x_2 من النوع الثاني هى $1x_2$، وتكلفة كمية مقدارها x_3 من النوع الثالث هي $3x_3$ ، وتكلفة كمية مقدارها x_4 من النوع الرابع هي $4x_4$. إذا التكلفة الاجمالية هي: $\mathbf{z = 2x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 4x_4}$

القيود: هناك ثلاث قيود مهمة : قيد البروتين ، وقيد الدهون ، وقيد الكربوهيدرات . بالنسبة لقيد البروتين، الكمية x_1 من النوع الأول تحتوي على كمية بروتين $0.2x_1$ ، بينما الكمية x_2 من النوع الثاني تحتوي على كمية بروتين $0.1x_2$ ، الكمية x_3 من النوع الثالث تحتوي على كمية بروتين $0.5x_3$ ، الكمية x_4 من النوع الرابع تحتوي على كمية بروتين $0.3x_1$. وبالتالي يجب أن تكون كمية البروتين في الوجبة الغذائية على الأقل 3 ، وبالتالي فإن قيد البروتين يأخذ الصورة: $\mathbf{0.2x_1 + 0.1x_2 + 0.5x_3 + 0.3x_4 \geq 3}$

بالمثل قيد الدهون يأخذ الصورة : $\mathbf{0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.4x_3 + 0.5x_4 \geq 4}$

وقيد الكربوهيدرات يأخذ الصورة: $\mathbf{0.5x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.2x_4 \geq 4}$

القيود اللاسالبية: لابد أن يكون عدد القطع المصنعة من كل نوع موجب بمعنى : $\mathbf{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0}$

من كل ما سبق تكون الصيغة الرياضية للمسألة على الصورة :

$$\begin{aligned}
&Min \quad z = 2x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 4x_4 \\
&s.t. \quad 0.2x_1 + 0.1x_2 + 0.5x_3 + 0.3x_4 \geq 3, \\
&\qquad 0.1x_1 + 0.2x_2 + 0.4x_3 + 0.5x_4 \geq 4, \\
&\qquad 0.5x_1 + 0.1x_2 + 0.1x_3 + 0.2x_4 \geq 4 \\
&\qquad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0
\end{aligned}$$

ملاحظة: هذه المسألة يمكن حلها باستخدام خوارزمية السمبلكس لاحقا .

مسألة اثاث المنزل:- الصيغة الرياضية لهذه المسألة تأخذ الشكل الآتي ،

متغيرات المسألة (متغيرات القرار): يرمز لها بالرموز x_1, x_2 حيث أن x_1 تمثل عدد القطع المصنعة من المقاعد، بينما x_2 تمثل عدد القطع المصنعة من المكاتب .

دالة الهدف (الربح الكلي): إذا كان الربح الناتج من وحدة واحدة من المقعد هو 20 ريالات ، فإن الربح الناتج من تصنيع عدد x_1 من المقاعد هو $20x_1$. بالمثل يكون الربح الناتج من تصنيع عدد x_2 من المكاتب هو $30x_2$. إذا الربح الكلي هو: $\mathbf{z = 20x_1 + 3x_2}$

القيود: من بيانات الجدول يتضح أن هناك ثلاث قيود: قيد الآلة 1 ، وقيد الآلة 2، قيد الآلة 3. بالنسبة لقيد الآلة 1: تصنيع عدد x_1 من المقاعد يتطلب $3x_1$ ساعة ، بينما تصنيع عدد x_2 من المكاتب يتطلب $3x_2$ ساعة ، وبالتالي يجب أن يكون مجموع ساعات العمل للمقاعد والمكاتب لا يتعدى 36 ساعة . إذا قيد الآلة 1 يأخذ الصورة: $\mathbf{3x_1 + 3x_2 \leq 36}$

بالمثل الآلة 2 يأخذ الصورة : $\mathbf{5x_1 + 2x_2 \leq 50}$ ،

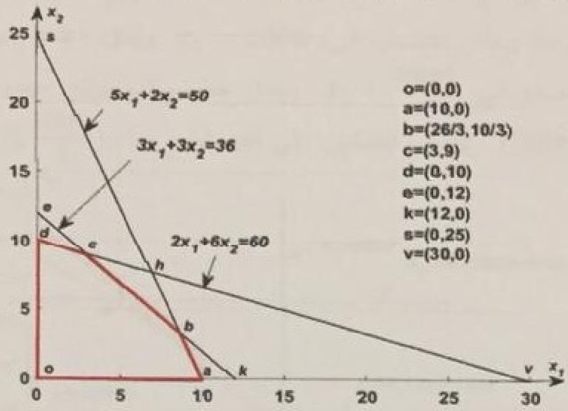
وقيد الآلة 3 يأخذ الصورة : $\mathbf{2x_1 + 6x_2 \leq 60}$

القيود اللاسالبية: لابد أن يكون عدد القطع المصنعة من كل نوع موجب بمعنى : $\mathbf{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0}$

من كل ما سبق تكون الصيغة الرياضية للمسألة على الصورة :

$$\begin{aligned} Max\quad & z = 20x_1 + 30x_2 \\ s.t.\quad & 3x_1 + 3x_2 \le 36, \\ & 5x_1 + 2x_2 \le 50, \\ & 2x_1 + 6x_2 \le 60, \\ & x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

الحل: حل المسألة السابقة يتطلب رسم القيود في منطقة الربع الأول للاحداثيات الكارتيزية، ويتم ذلك برسم الخطوط المستقيمة للقيود الثلاثة . القيد الاول معادلته هي : $3x_1 + 3x_2 = 36$ ويمكن رسمه بمعرفة نقطتين عليه هما ، $a = (12,0), b = (0,12)$. بالمثل، النقطتين على القيد الثاني هما: $a = (10,0), b = (0,25)$. واخيرا نقطتين على القيد الثالث هما ، $e = (30,0), g = (0,10)$.



وبالتالي فإن المنطقة في الربع الأول أسفل الخط المستيم $\overleftrightarrow{ek}$ هي التى تحقق القيد الأول. بالمثل المنطقة في الربع الأول أسفل الخط المستيم $\overleftrightarrow{sa}$ هي التى تحقق القيد الثاني، المنطقة في الربع الأول أسفل الخط المستيم $\overleftrightarrow{dv}$ هي التى تحقق القيد الثالث . تقاطع المناطق الثلاثة ينتج عنه منطقة الحل الممكنة وهي $oabcd$

$$z(o) = 20(0) + 30(0) = 0, z(a) = 20(10) + 30(0) = 200,$$
$$z(b) = 20\left(\frac{26}{3}\right) + 30\left(\frac{10}{3}\right) = 340,$$
$$z(c) = 20(3) + 30(9) = 330,$$
$$z(d) = 20(0) + 30(10) = 300$$

الحل الامثل= $b = (\frac{26}{3}, \frac{10}{3})$ ، وبالتالي فإن أكبر قيمة لدالة الهدف هي $z = 340$ ، معنى ذلك أنه يجب أن يصنع من المقاعد عدد $\frac{26}{3}$ قطعة اي تقريبا 9 مقاعد ، بينما يصنع من المكاتب $\frac{10}{3}$ أي تقريبا 3 مكاتب حتى يحقق أعلى ربح مقداره 340 .

مسألة مصنع السجاد:– الصيغة الرياضية لهذه المسألة تأخذ الشكل الآتي ،

متغيرات المسألة (متغيرات القرار): يرمز لها بالرموز x_1, x_2 حيث أن x_1 تمثل عدد القطع المصنعة من السجاد السادة ، بينما x_2 تمثل عدد القطع المصنعة السجاد الملون .

دالة الهدف (الربح الكلي):إذا كان الربح الناتج من وحدة واحدة من السجاد السادة هو 200 ريالات ، فإن الربح الناتج من تصنيع عدد x_1 من المقاعد هو $200x_1$. بالمثل يكون الربح الناتج من تصنيع عدد x_2 من السجاد الملون هو $140x_2$. إذا الربح الكلي هو:

$$z = 200x_1 + 140x_2$$

القيود: من بيانات الجدول يتضح أن هناك أربعة قيود: قيد القسم 1 ، وقيد القسم 2، قيد القسم 3 ، قيد القسم 4 . بالنسبة لقيد القسم 1: تصنيع عدد x_1 من السجاد السادة يتطلب $3x_1$ ساعة ، بينما تصنيع عدد x_2 من السجاد الملون يتطلب $0x_2$ ساعة ، وبالتالي يجب أن يكون مجموع ساعات العمل للسجاد السادة والملون في القسم الأول لا يتعدى 6000 ساعة . إذا قيد القسم 1 يأخذ الصورة:

$$3x_1 + 0x_2 \le 6000$$

بالمثل قيد القسم 2 يأخذ الصورة : $0x_1 + 2.9x_2 \le 8000$ ،

وقيد القسم 3 يأخذ الصورة : $2.5x_1 + 2x_2 \le 7500$

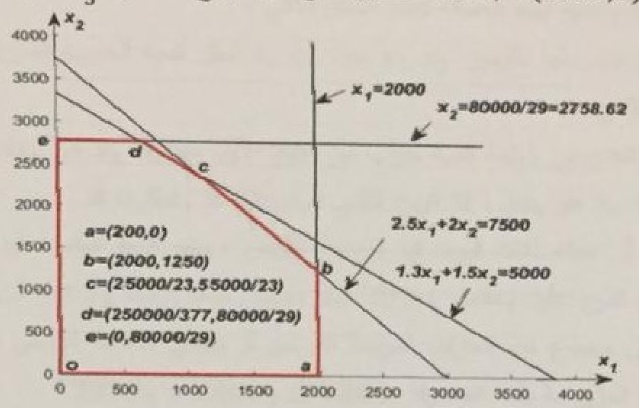
وقيد القسم 4 يأخذ الصورة : $1.3x_1 + 1.5x_2 \le 5000$

القيود اللاسالبية: لابد أن يكون عدد القطع المصنعة من كل نوع موجب بمعنى : $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

من كل ما سبق تكون الصيغة الرياضية للمسألة على الصورة :

$$\begin{aligned} Max \quad & z = 200x_1 + 140x_2 \\ s.t. \quad & 3x_1 \leq 6000, \\ & 2.9x_2 \leq 8000, \\ & 2.5x_1 + 2x_2 \leq 7500 \\ & 1.3x_1 + 1.5x_2 \leq 5000 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

الحل: حل المسألة السابقة يتطلب رسم القيود في منطقة الربع الأول للاحداثيات الكارتيزية، ويتم ذلك برسم الخطوط المستقيمة للقيود الأربعة. القيد الاول معادلته هي : $3x_1 = 6000$ ويمكن اختصاره الى: $x_1 = 2000$ ويمثل خط مستقيم يوازي محور x_2 . القيد الثاني معادلته هي : $2.9x_2 = 8000$ ويمكن اختصاره الى: $x_2 = \frac{80000}{29}$ ويمثل خط مستقيم يوازي محور x_1 . القيد الثالث يمكن رسمه بمعرفة نقطتين عليه هما ،$(3000,0), (0, 3750)$. بالمثل، النقطتين على القيد الرابع هما: $(0, \frac{10000}{3}), (\frac{50000}{13}, 0)$.



وبالتالي فإن منطقة الحل الممكنة هي $oabcde$

$$z(o) = 200(0) + 140(0) = 0, z(a) = 200(2000) + 140(0) = 400000,$$
$$z(b) = 200(2000) + 140(1250) = 575000,$$
$$z(c) = 200\left(\frac{25000}{23}\right) + 140\left(\frac{55000}{23}\right) = \frac{12700000}{23} = 552173.913,$$
$$z(d) = 200\left(\frac{250000}{377}\right) + 140\left(\frac{80000}{29}\right) = \frac{195600000}{377} = 518832.891$$
$$z(e) = 200(0) + 140\left(\frac{80000}{29}\right) = 386206.8966$$

الحل الامثل= $b = (2000,1250)$ ، وبالتالي فإن أكبر قيمة لدالة الهدف هي $z = 575000$ ، معنى ذلك أنه يجب أن يصنع من السجاد السادة عدد 2000 سجادة سادة ، بينما يصنع من السجاد الملون 1250 سجادة ملونة حتى يحقق أعلى ربح مقداره 575000 .

مسألة الأحزمة:- الصيغة الرياضية لهذه المسألة تأخذ الشكل الآتي ،

متغيرات المسألة (متغيرات القرار): يرمز لها بالرموز x_1, x_2, x_3 حيث أن x_1 تمثل عدد الوحدات المصنعة من حزام 110 سم ، بينما x_2 تمثل عدد الوحدات المصنعة من حزام 120 سم ، x_3 تمثل عدد الوحدات المصنعة من حزام 133 سم.

دالة الهدف (التكلفة الاجمالية): إذا كان ربح الوحدة الواحدة حزام 110 سم هو 4 ريال ، فإن ربح عدد مقداره x_1 منه هو $4x_1$. بالمثل يكون ربح عدد مقداره x_2 حزام 120 سم $2x_2$، ربح عدد مقداره x_3 من حزام 133 سم $3x_3$. إذا الربح الكلي هو:

$$z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3$$

القيود: قيد الآلة 1 ، وقيد الآلة 2 : كما سبق فى الأمثلة السابقة فإن قيد الآلة الاولي يأخذ الصورة: $4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 2000$

بالمثل قيد الآلة 2 يأخذ الصورة : $2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 2500$.

قيود إضافية: عدد القطع المصنعة يوميا من حزام 110 سم هي 100 معنى ذلك أن $x_1 \leq 100$ ، ومن حزام 120 سم هي 200 أي أن $x_2 \leq 200$ ، ومن حزام 133 سم بالمثل نجد أن $x_3 \leq 150$

القيود اللاسالبية: لابد أن يكون عدد القطع المصنعة من كل نوع موجب بمعنى : $\boldsymbol{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0}$

من كل ما سبق تكون الصيغة الرياضية للمسألة على الصورة :

$$\begin{aligned} &Max \quad z = 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ &s.t. \quad 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 2000, \\ &\qquad 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 2500, \\ &\qquad x_1 \leq 100, x_2 \leq 200, x_3 \leq 150 \\ &\qquad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{aligned}$$

ملاحظة: هذه المسألة يمكن حلها باستخدام خوارزمية السمبلكس لاحقا .

مسألة العامل الزراعي:~ الصيغة الرياضية لهذه المسألة تأخذ الشكل الآتي ،

متغيرات المسألة (متغيرات القرار): يرمز لها بالرموز x_1, x_2 حيث أن x_1 تمثل كمية الحبوب المزروعة من النوع الأول ، بينما x_2 تمثل كمية الحبوب المزروعة من النوع الثاني .

دالة الهدف (الربح الكلي): الربح الناتج من زراعة كمية حبوب من النوع الأول مقدارها x_1 هو $4x_1$. بالمثل يكون الربح الناتج من زراعة كمية حبوب من النوع الثاني مقدارها x_2 هو $3x_1$. إذا الربح الكلي هو: $\boldsymbol{z = 4x_1 + 3x_2}$

القيود: من بيانات الجدول يتضح أن هناك ثلاث قيود: قيد مساحة الأرض ، وقيد كمية الماء ، قيد كمية الأسمدة . بالنسبة لقيد مساحة الأرض: زراعة x_1 كجم من حبوب النوع الأول يتطلب $200x_1$ متر مربع ، بينما زراعة x_2 كجم من حبوب النوع الثاني يتطلب $240x_2$ متر مربع ، وبالتالي يجب أن يكون مجموع هذه المترات المربعة أقل من أو يساوي مساحة الأرض المتاحة للعامل الزراعي أي لا يتعدى 1200 متر مربع . إذا قيد المساحة المزروعة يأخذ الصورة: $\boldsymbol{200x_1 + 240x_2 \leq 1200}$

بالمثل قيد كمية الماء يأخذ الصورة : $\boldsymbol{30x_1 + 15x_2 \leq 120}$ ،

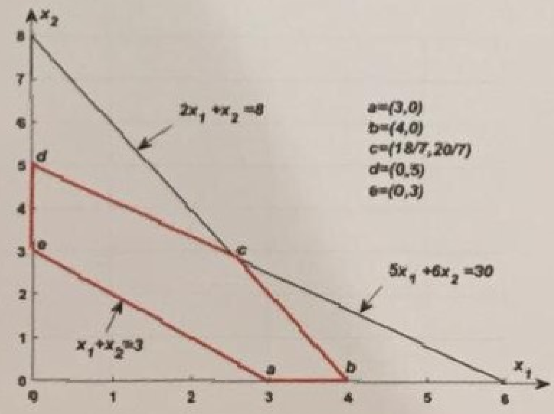
وقيد كمية الأسمدة يأخذ الصورة : $\boldsymbol{x_1 + x_2 \leq 3}$

القيود اللاسالبية: لابد أن يكون كمية الحبوب المزروعة من كل نوع موجب بمعنى : $\boldsymbol{x_1 \geq 0, x_2 \geq 0}$

من كل ما سبق تكون الصيغة الرياضية للمسألة على الصورة :

$$\begin{aligned} &Max \quad z = 4x_1 + 3x_2 \\ &s.t. \quad 200x_1 + 240x_2 \leq 1200, \\ &\qquad 30x_1 + 15x_2 \leq 120, \\ &\qquad x_1 + x_2 \geq 3, \\ &\qquad x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

الحل:



وبالتالي فإن منطقة الحل الممكنة هي $abcde$

$$
\begin{aligned}
z(a) &= 4(3) + 3(0) = 12, \\
z(b) &= 4(4) + 3(0) = 16, \\
z(c) &= 4\left(\frac{18}{7}\right) + 3\left(\frac{20}{7}\right) = \frac{132}{7} = 18.857, \\
z(d) &= 4(0) + 3(5) = 15, z(e) = 4(0) + 3(3) = 9
\end{aligned}
$$

الحل الامثل= $c = \left(\frac{18}{7}, \frac{20}{7}\right)$ ، وبالتالي فإن أكبر قيمة لدالة الهدف هي $z = 18.857$ ، معنى ذلك أنه يجب على العامل الزراعي زراعة $\frac{18}{7}$ كجم من حبوب النوع الأول ومن النوع الثاني $\frac{20}{7}$ كجم حتى يحقق أعلى ربح مقداره 18.857 .