جامعة الملك سعود | الاختبار الفصلي الثاني | الفصل الدراسي الثاني ١٤٣٥/١٤٣٦هـ

كلية العلوم- قسم الرياضيات | في المقرر ١٣١ريض | الزمن : ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) متى نقول عن مجموعة S إنها مجموعة قابلة للعد ؟

(ب) متى نقول إن $f : A \to B$ تطبيق محايد ؟

(جـ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي: -

(١) إذا كانت $A \approx B$ وكانت B قابلة للعد فإن A قابلة للعد .

(٢) ليست كل عملية ثنائية على مجموعة $S \neq \phi$ تطبيقاً .

(٣) إذا كان $f : A \to B$ تطبيقا وكان $x \in A$ فإن $f = f(x)$.

(٤) إذا كان $h : A \to A$ تطبيق تقابلِ فليس بالضرورة أن يكون $h = I_A$.

س(٢) : (أ) إذا كانت جميع العناصر الآتية في النظام $(\mathbb{Z}_{11}^{*}, \odot)$ فاملأ الفراغات التالية:-

(١) $(\overline{3})^5 = \cdots\cdots\cdots$ (٢) $(\overline{9})^{-1} = \cdots\cdots\cdots$ (٣) $\overline{8} \odot \overline{x} = \overline{6} \Rightarrow \overline{x} = \cdots\cdots\cdots$

(ب) إذا كانت A وَ B مجموعتين غير خاليتين وعرفنا التطبيق :

$f : A \times B \to B \times A$ كما يلي : $f\left((a,b)\right) = (b,a)$

فأجب عما يأتي :-

أولاً : ادرس التطبيق من حيث كونه :- (i) متبايناً (ii) غامراً (iii) تقابلاً.

ثانياً : أثبت أن $A \times B \approx B \times A$.

ثالثاً : هل $|A \times B| = |B \times A|$ ؟ ولماذا ؟

س(٣) : (أ) أكمل نص النظرية الآتية :-

إذا كانت $A \subseteq B$ وكانت B قابلة للعد فإن ....

(ب) أكمل التعريف الآتي :-

نقول إن التطبيق $f : (S, *) \to (T, \circ)$ تشاكل إذا حقق الشرط : $\cdots\cdots\cdots : \forall a, b \in S$

(جـ) إذا علمت أن $\mathbb{Q}$ قابلة للعد فاثبت أن $\mathbb{Z}$ قابلة للعد .

(د) إذا كان $f : (\mathbb{Z}, +) \to (\mathbb{Z}_6, \oplus)$ تطبيقاً ، حيث $f(x) = \overline{x}$ فاثبت أن :

(١) f تشاكل (٢) f تشاكل غامر .