

أجب عن الأسئلة الآتية

س(1) : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

(1) إذا كان  $f: A \rightarrow B$  تطبيقاً فإن  $f^{-1}(B) \subset A$ .

(2) يوجد تطبيق  $f: S \rightarrow S$  بحيث يكون  $f$  متبايناً وليس غامراً.

(3) إذا كانت  $A \subset B$  فإن  $|A| < |B|$ .

(ب) متى نقول إن  $f: S \rightarrow T$  تطبيق متباين ؟

(ج) إذا كان  $f: A \rightarrow B$  و  $g: B \rightarrow C$  تطبيقين متباينين

فأثبت أن  $g \circ f: A \rightarrow C$  تطبيق متباين .

س(2) : (أ) متى نقول إن  $S$  مجموعة غير منتهية ؟

(ب) أثبت أن  $S$  غير منتهية، حيث  $S = \{6, 8, 10, 12, \dots\}$ .

(ج) متى نقول إن  $D$  مجموعة قابلة للعد ؟

(د) أثبت أن  $S$  الواردة في الفقرة (ب) قابلة للعد .

س(3) : (أ) متى نقول إن " \* " عملية ثنائية على مجموعة  $A$  ؟

(ب) إذا كان  $(A, *)$  نظاماً ذا عملية ثنائية وكان  $e \in A$  هو المحايد بالنسبة للعملية " \* " فثبت أن  $e$  وحيد .

(ج) إذا كانت " \* " عملية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :

$$\forall a, b \in \mathbb{R} : a * b = a + 3b$$

فادرس النظام  $(\mathbb{R}, *)$  من حيث كونه :

(1) مغلقاً (2) إبدالياً (3) يملك عنصراً محايداً .