

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

- (أ) يوجد تطبيق متباين $f : A \rightarrow B$ علماً بأن $|B| < |A| = 8$.
- (ب) إذا كانت $D \subseteq S$ وكانت S غير قابلة للعد فإن D غير قابلة للعد .
- (ج) إذا كان $f : (\mathbb{Z}, +) \rightarrow (2\mathbb{Z}, +)$ تطبيقاً، حيث $f(x) = 2x$ فإن f تشاكل.
- (د) يوجد حل للمعادلة $\bar{3} \odot \bar{x} = \bar{5}$ في النظام $(\bar{\mathbb{Z}}_{11}, \odot)$.

س(٢) : (أ) إذا كان $f : A \rightarrow B$ تطبيقاً وكانت $B_1, B_2 \subseteq B$ فاملأ الفراغ الآتي :-

$$f^{-1}(B_1 \cap B_2) = \{ \dots \}$$

(ب) متى نقول إن * عملية ثنائية على مجموعة $S \neq \emptyset$ ؟

(ج) إذا كان $(\mathbb{Q}, *)$ نظاماً ذا عملية ثنائية، حيث * معرفة كما يلي :-

$$\forall a, b \in \mathbb{Q} : a * b = a + 4b$$

فادرس النظام من حيث كونه :-

(١) إبدالياً (٢) يملك عنصراً محايداً أيمن (٣) يملك نظيراً أيمن لكل عنصر فيه.

س(٣) : (أ) متى نقول عن مجموعتين S و T إنهما متكافئتان ؟

(ب) إذا كانت $[0, 1], [2, 5] \subset \mathbb{R}$ فأثبت أن :

$$[0, 1] \approx [2, 5]$$

إرشاد : عرف التطبيق $f : [0, 1] \rightarrow [2, 5]$ كما يلي : $f(x) = 3x + 2$

(ج) إذا علمت أن $\mathbb{Z}^- \approx \mathbb{Z}^+$ فهل \mathbb{Z} مجموعة قابلة للعد؟ ولماذا؟