

أجب عن الأسئلة الآتية

س١: (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

- (١) إن  $(\mathbb{Z}, -)$  نظام مغلق .  
 (٢) إن  $(\mathbb{Z}, +, \cdot)$  حقل جزئي من الحقل  $(\mathbb{Q}, +, \cdot)$  .  
 (٣) لكل مجموعتين غير خاليتين  $A$  و  $B$  فإن  $A \times B \neq B \times A$  .  
 (٤) إن صنف التكافؤ الذي ينتهي إليه العدد ١٤٥ هو  $\bar{6}$  في  $\mathbb{Z}_8$  .  
 (ب) أمرو الفراغات الآتية ، علماً بأن العدد ٨ عنصر في النظام  $(\mathbb{Z}_8, +, \cdot)$  .  
 [١]  $|\langle 8 \rangle| = \dots$  | ٢ |  $8^{-1} = \dots$  | ٣ |  $8^{-1} = \dots$  | ٤ |  $8x = 2 \Rightarrow x = \dots$

س٢: (أ) متى نقول إن  $S$  مجموعة قابلة للعد ؟

- (ب) إذا كانت  $\mathbb{Q}^+$  مجموعة قابلة للعد ، فأثبت أن  $\{ \frac{1}{4^n} \mid n \in \mathbb{Z}^+ \}$  مجموعة قابلة للعد .  
 (ج) أمرو الفراغ :  $\dots = |\langle 5 \rangle| = |\langle 15 \rangle|$  ، حيث  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

س٣: (أ) أعط مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي :-

- (١) علاقة منتهية رتبة 20 .  
 (٢) زمرة منتهية غير إبدالية .  
 (٣) مجموعة جزئية من  $\mathbb{R}$  غير قابلة للعد .  
 (٤) تطبيقاً  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  بحيث يكون متبايناً ولكنه ليس غامراً .  
 (ب) لتكن  $R$  علاقة معرفة على  $\mathbb{R}^+$  كما يلي  
 $\forall x, y \in \mathbb{R}^+ : x R y \Leftrightarrow \frac{x}{y} \in \mathbb{Q}^+$   
 أثبت أن  $R$  علاقة تكافؤ في  $\mathbb{R}^+$  وعين صنف تكافؤ (العدد 1)

س٤: (أ) متى نقول إن  $*$  عملية ثنائية على مجموعة غير خالية  $S$  ؟  
 (ب) إذا كانت  $*$  عملية معرفة على  $\mathbb{Z}$  كما يلي :-

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} : a * b = a + b - 1$$

فادرس النظام  $(\mathbb{Z}, *)$  من حيث كونه :-

- [١] ذاتية ثنائية [٢] إبدالية [٣] تجميعية [٤] تملك عنصراً محايداً  
 [٥] يوجد نظير لكل عنصريه [٦] محققاً لشرط الزمرة الإبدالية .