جامعة الملك سعود	الاختبار النهائي	الفصل الدراسي الثاني ١٤٣٥/١٤٣٦هـ
كلية العلوم- قسم الرياضيات	في المقرر ١٣١ريض	الزمن : ٣ ساعات

اجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي: -

(١) لأي مجموعة S فإن $\phi \subset S$.

(٢) إن $\phi \in P(A) \wedge \phi \subseteq P(A)$ لكل مجموعة A .

(٣) إن $(\mathbb{R}^*, \otimes)$ نظام مغلق ، حيث $a \otimes b = b^a$ لكل $a,b \in \mathbb{R}^*$.

(٤) إن $\mathbb{R}$ قابلة للعد ، علماً بأن الفترة $(0,1)$ من $\mathbb{R}$ غير قابلة للعد .

(٥) إن $(\mathbb{Z}_5, +, \cdot)$ ليست حقلاً جزئياً من الحقل $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$.

(ب) إملأ الفراغات الآتية :-

(١) $\overline{\mathbb{Z}}_6 = \{\cdots\cdots\cdots\}$.

(٢) إن صنف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد -220 في $\overline{\mathbb{Z}}_6$ هو ....

(٣) إذا كان $\overline{5}$ عنصراً في النظام $(\overline{\mathbb{Z}}_6, \odot)$ فإن : $(\overline{5})^4 = \cdots\cdots\cdots$.

س(٢) : (أ) متى نقول إن S مجموعة غير منتهية ؟ (ب) متى نقول إن A مجموعة غير قابلة للعد ؟

(جـ) أثبت أن $\mathbb{Z}^+$ غير منتهية ؟

(د) إذا علمت أن $\mathbb{Q}^+$ قابلة للعد فأثبت أن $\mathbb{Q}^-$ قابلة للعد ومن ثم أثبت أن $\mathbb{Q}$ قابلة للعد .

س(٣) : (أ) أثبت باستخدام الاستقراء الرياضي صحة التقرير الآتي :

$$P(n) \equiv 1+3+5+7+\cdots+(2n-1) = n^2 : \forall n \in \mathbb{Z}^+$$

(ب) أثبت أن النظام $(S_n, \circ)$ زمرة ، حيث : $S_n = \{f \mid f : S \to S \text{ تقابل(تبديل)}\}$

و $S = \{1,2,3,\cdots,n\}$.

(جـ) أعطِ مثالاً واحداً فقط لكل مما يأتي :-

(١) زمرة ضربية G ، حيث $|G| > 20$. (٢) زمرة غير إبدالية .

(٣) تطبيقاً ثابتاً من $\mathbb{R}$ إلى $\mathbb{R}$. (٤) حلقة غير منتهية لا تملك عنصر الوحدة .