

أجب عن الأسئلة الآتية

س(1): (أ) املأ الفراغات الآتية بما يجعل العبارات صحيحة: - (1) إن $(p \vee \sim q) \equiv \dots$ ، حيث p و q تقريران .

(2) إذا كان -1 عنصراً في النظم $(\mathbb{Z}, +)$ فإن: $(-1)^{25} = \dots$.

(3) إذا كان 3 عنصراً في الزمرة الضربية \mathbb{Z}_{13}^* فإن: $|\langle 3 \rangle| = \dots$.

(4) إذا كان $\sigma \in S_8$ ، حيث $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 7 & 5 & 4 & 3 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ فإن: $|\langle \sigma \rangle| = \dots$.

(ب) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يلي: - .

(1) $\exists x \in \mathbb{R} \exists x \notin \mathbb{R} \cap \mathbb{Q}$ (2) إذا كان $f: A \rightarrow B$ تطبيقاً فإن: $f^{-1}(B) \subset A$.

(3) \mathbb{Z} حقل جزئي من الحقل \mathbb{R} (4) إذا كانت $A \subseteq B$ فإن: $B' \subseteq A'$.

(ج) متى نقول إن R_1 حلقة جزئية من الحلقة R ؟

(د) هل \mathbb{Z}_6 حلقة جزئية من الحلقة \mathbb{Z}_8 ؟ مع التبرير.

س(2): (أ) متى نقول عن مجموعة S إنها مجموعة غير منتهية ؟

(ب) إذا كان $f: \mathbb{Z}^- \rightarrow 2\mathbb{Z}^-$ تطبيقاً، حيث $f(n) = 2n$ فاثبت ان:

(1) f تقابل (2) \mathbb{Z}^- مجموعة غير منتهية (3) $|\mathbb{Z}^-| = |2\mathbb{Z}^-|$

(ج) إذا كانت $S = \{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 1\}$ مجموعة غير قابلة للعد فاثبت ان \mathbb{R} غير قابلة للعد.

(د) هل النظم (\mathbb{Q}^*, \odot) ذو عملية ثنائية؟ علماً بأن \odot معرفة كما يلي:

$$\forall a, b \in \mathbb{Q}^* : a \odot b = ab(2 - 5b)$$

(هـ) املأ الفراغين الآتيين: - (1) إن صنف التكافؤ الذي ينتمي إليه العدد (-302) في $\bar{\mathbb{Z}}_{11}$ هو \dots

(2) إذا كان x و y عنصرين في زمرة G فإن: $(xy)^{-1} = \dots$.

س(3): (أ) متى نقول إن R علاقة تكافؤ في مجموعة غير خالية S ؟

(ب) إذا كانت $A = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت $R = \{(1,1), (4,4), (2,1), (3,3), (3,4), \dots\} \subseteq A^2$

فاكتب عنصر R المتبقية لتكون R علاقة تكافؤ في A ، علماً بأن: $|R| = 8$.

(ج) أعط مثلاً واحداً فقط لكل مما يأتي: - (1) زمرة غير إبدالية (2) حقل غير منتب (3) حقل منتب F ، حيث $|F| > 30$

(4) نظام مغلق غير إبدالي.

(د) إذا عرفنا علاقة R على \mathbb{Z}^+ كما يلي: - عدد فردي $\frac{x}{y}$ $\Leftrightarrow xRy$ $\forall x, y \in \mathbb{Z}^+$

فادرس العلاقة R من حيث كونها: - (1) انعكاسية (2) تخالفية (3) متعدية (4) علاقة ترتيب جزئي (5) علاقة ترتيب كلي.