

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي:-

(١) إن  $(-2, 5, -\sqrt{9}, 1) \in \mathbb{Q}^4$  .

(٢) إذا كان  $f: A \rightarrow B$  تطبيقاً فإن  $f^{-1}(B) \subset A$  .

(٣) إن  $\mathbb{Z}_4$  زمرة جزئية من الزمرة  $\mathbb{Z}_8$  .

(٤) إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين فإن  $|A| = |B| \Leftrightarrow A = B$  .

(٥) إذا كانت  $\mathbb{Z}$  قابلة للعد فإن  $S$  قابلة للعد، حيث  $S = \{2^n | n \in \mathbb{Z}\}$  .

(ب) إذا كانت  $S = \{1, 2, \dots, n\}$  وكان  $f: S \rightarrow S$  تطبيقاً متبايناً فأثبت أن  $f$  غامر .

(ج) إذا كان  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} \in S_6$  فاملأ الفراغين الآتيين:-

(١)  $\sigma^{-1} = \dots\dots\dots$  (٢)  $|\sigma| = \dots\dots\dots$  .

س(٢) : (أ) إنف التقرير الآتي وعين قيمة صوابه بعد النفي :  $\phi \notin P(A) \wedge \phi \subseteq P(A)$

(ب) إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين غير خاليتين فاملأ الفراغ الآتي :  $P(A \times B) = \{\dots\dots|\dots\dots\}$  .

(ج) متى نقول إن  $R$  علاقة ترتيب جزئي على مجموعة غير خالية  $S$  ؟

(د) ناقش صحة العبارة الآتية :- إن علاقة قاسم لـ " | " علاقة ترتيب جزئي على  $\mathbb{Z}^+$  .

(هـ) استخدم الاستقراء الرياضي في إثبات صحة ما يلي:-

$$P(n) \equiv 1 + y + y^2 + \dots + y^{n-1} = \frac{y^n - 1}{y - 1}, \forall n \in \mathbb{Z}^+ \wedge 1 \neq y \in \mathbb{R}$$

س(٣) : (أ) متى نقول إن  $S$  مجموعة غير منتهية ؟ (ب) وظف (أ) في إثبات أن  $\mathbb{Z}$  مجموعة غير منتهية

(ج) إذا كانت  $R$  حلقة وكان  $a, b \in R$  فاثبت أن:  $(-a)(-b) = ab$  علماً بأن:  $(-a)b = -(ab)$

(د) اعط مثلاً واحداً فقط لكل ما يأتي :- (١) زمرة غير إبدالية رتبها 24

(٢) حقل منته  $F$  ، حيث  $|F| > 45$  (٣) حلقة إبدالية غير منتهية ولا تملك عنصر الوحدة .