

أجب عن الأسئلة الآتية

س(١) : (أ) إذا كان  $p$  و  $q$  تقريرين فاملاً الفراغ الآتي :  $\sim (p \wedge \sim q) \equiv \dots\dots\dots$  .(ب) عيّن قيمة صواب التقرير الآتي مع التبرير:  $\forall x \in A : \{x\} \subseteq P(A)$  .(ج) أكمل ما يلي:  $\mathbb{R}^5 = \{\dots\dots|\dots\dots\}$  .(د) إذا كانت  $A$  و  $B$  مجموعتين بحيث  $(A, \phi) = (A \cap B, B)$  فأثبت أن  $A = \phi$  .

(هـ) استخدم الاستقراء الرياضي لإثبات صحة التقرير الآتي:

$$P(n) \equiv 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1), \forall n \in \mathbb{Z}^+$$

س(٢) : (أ) إذا عرفنا علاقة  $R$  على  $\mathbb{Z}^+$  كما يلي :

$$\forall x, y \in \mathbb{Z}^+ : xRy \Leftrightarrow x|y \quad (x \text{ يقسم } y)$$

فادرس  $R$  من حيث كونها : (١) انعكاسية (٢) تناظرية (٣) متعدية (٤) تخالفية(٥) علاقة تكافؤ في  $\mathbb{Z}^+$  (٦) علاقة ترتيب جزئي (٧) علاقة ترتيب كلي.

(ب) أعط مثلاً واحداً فقط لكل مما يأتي:-

(١) نظام  $(S, *)$  نو عملية ثنائية ولكنه ليس تجميعياً .(٢) زمرة ضربية رتبها 46 (٣) حلقة  $R$  ولكنها ليست حقلاً (٤) زمرة غير إبدالية(٥) تطبيق ثابت معرف على  $\mathbb{R}$  .(ج) إذا كان  $\sigma \in S_6$  ، حيث  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 4 & 5 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$  فاملاً الفراغ الآتي :  $|\sigma| = |\langle \sigma \rangle| = \dots\dots\dots$  .س(٣) : (أ) متى نقول إن  $R_1$  حقل جزئي من الحقل  $(R, +, \cdot)$  ؟(ب) هل  $\mathbb{Z}_5$  حقل جزئي من الحقل  $(\mathbb{Z}_7, +, \cdot)$  ؟ مع التبرير .(ج) ما هو النظير الجمعي لـ  $\left(-\frac{2}{3}, \sqrt{6}, 1, -8\right)$  في  $\mathbb{R}^4$  مع عملية الجمع  $\oplus$  ؟(د) متى نقول إن  $S$  مجموعة غير منتهية ؟(هـ) إذا كانت  $S = \{5, 7, 9, 11, \dots\}$  فأثبت أن : (١)  $S$  مجموعة قابلة للعد (٢)  $S$  مجموعة غير منتهية.