

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

جامعة الملك سعود
قسم الرياضيات
الامتحان الأول ١٤٣٠/١٤٣١هـ الزمن: ٣ ساعات

أجب عن الأسئلة الآتية

١٤ س: أثبت صحة أو خطأ كل عبارة فيما يأتي :-

- (١) لأي تقريبن A و B فإن: $\sim(A \rightarrow B) \neq A \wedge \sim B$
- (٢) $\forall x \in \mathbb{R}^* : \sqrt{x} \in \mathbb{R}^*$
- (٣) لأي مجموعة S فإنه « $\exists n \in \mathbb{Z}^+ \ni |S| = n$ »
- (٤) لأي تطبيق $f: A \rightarrow B$ فإن f^{-1} تطبيق
- (٥) إن $(\mathbb{Z}^*, 0)$ نظام غير مغلق
- (٦) إن \mathbb{Z} ليس مقراً جزئياً من الحقل \mathbb{R}
- (٧) إن $\{0, 4\}$ حلقة جزئية من \mathbb{Z}_8

١١ س: أطل الفراغات الآتية :-

- (١) إن نفي التقرير « عدد فردي أو لا عدد زوجي » هو « عدد »
- (٢) إن $\mathbb{R}^3 = \mathbb{Q}^2 \oplus \mathbb{Q}$ إذا كان $F \in \mathbb{Z}_6$ وكان $75 \in F$ فإن $F = \dots$
- (٣) نقول إن S مجموعة قابلة للعد إذا كانت S أو
- (٤) نقول إن التطبيق $f: (A, *) \rightarrow (B, \circ)$ تماثل إذا حقق الشرط
- (٥) إن نظير $(-8, 1, \sqrt{2}, \frac{2}{3})$ هو (.....)
- (٦) إن $|\langle 5 \rangle| = |\langle 15 \rangle|$ حيث $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in S_6$

١١ س: أعط مثالا واحداً فقط لكل مما يأتي :-

- (١) مجموعة A بحيث يكون $|P(A)| = 64$
- (٢) مجموعة غير قابلة للعد محتواة تماماً في \mathbb{R}
- (٣) تطبيق $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ بحيث يكون f تطبيقاً ثابتاً
- (٤) عملية ثنائية غير إبدالية على \mathbb{Z}
- (٥) عنصر x في النظام $(\mathbb{Z}_{12}, +)$ بحيث يكون $| \langle x \rangle | = 4$
- (٦) زمرة ضربية رتبة 6
- (٧) زمرة غير إبدالية رتبة 6

١٤ س: (أ) إذا كانت $A, B \subseteq \mathbb{R}$ حيث $A = [0, 2]$ و $B = [2, 8]$ فأثبت أن $A \approx B$

[ارشاد: عرّف التطبيق $f: A \rightarrow B$ حيث $f(x) = 3x + 2$]

(ب) إذا عرفنا علاقة R على \mathbb{Q}^* كما يلي :

$$\forall x, y \in \mathbb{Q}^* : x R y \iff x y > 0$$

فأثبت أن R علاقة تكافؤ في \mathbb{Q}^* ، ومه تم جرد صنف تكافؤ العدد -1

(ج) إذا كان $C \xrightarrow{g} B \xrightarrow{f} A$ تطبيقين غامرين فأثبت أن :
 $f \circ g$ تطبيق غامر منه A إلى C

(د) إذا كانت R حلقة وكان $y \in R$ فأثبت أن : $5 \cdot 0 = 0$