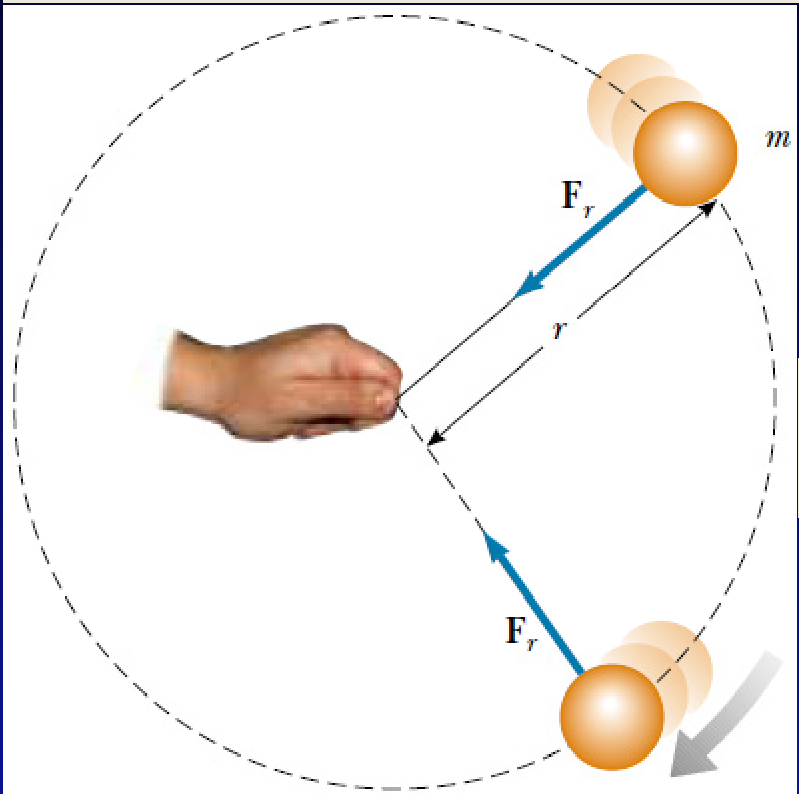

جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك
مقرر 210 فيز
د. ناصر بن صالح الزايد
nalzayed@ksu.edu.sa
المحاضرة رقم: 12

الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن Circular Motion

6.1 تطبيق قانون نيوتن الثاني على الحركة الدائرية

- سبق في فصل آخر أن ناقشنا التسارع المركزي للحركة الدائري وقمنا باشتقاق هذا التسارع كما يلي:

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$



- حيث سبق الحديث عن قانون نيوتن الثاني والذي فحواه أن القوة عبارة عن الكتلة مضروبة في التسارع.
- إذن الجسم الذي كتلته m على اليسار في الشكل يتعرض لقوة جذب مركزي نعبر عنها باستخدام قانون نيوتن كما يلي:

$$\sum F_r = ma_r = m\frac{v^2}{r} \qquad (6.1)$$

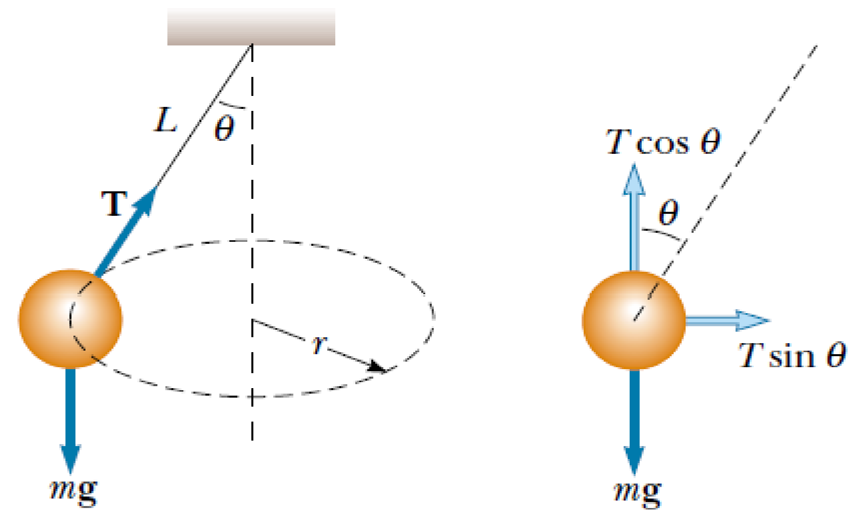
- هذه القوة هي باتجاه المركز، والتسارع كذلك باتجاه المركز، والتسارع دائما متعامدا مع السرعة v .
- عندما ينقطع الحبل الذي يمسك الكتلة فأنها تتحرك باتجاه المماس.

- في الشكل التالي رسم توضيحي لما يمكن أن يحصل للكتلة لو انقطع الحبل.

الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن Circular Motion

6.1 تطبيق قانون نيوتن الثاني على الحركة الدائرية

- مثال 6.3 : البندول القمعي Conical Pendulum:
- توصف الكتلة m المدلات بحبل بحيث تدور في حلقة أفقية بسرعة ثابتة بأنها البندول القمعي لأن الشكل المرسوم بواسطة الحبل يشبه القمع. المطلوب هو حساب سرعة الدوران.



- الحل: نقوم بتحليل القوى المؤثرة على الكتلة:
- (1) هناك قوة جذب الأرض رأسيا إلى أسفل mg
- (2) هناك قوة الشد T وتحلل إلى مركبتين:
- Tcosa إلى اعلى
- Tsina إلى الداخل باتجاه مركز الدوران
- (3) و هناك القوة المركزية: mv^2/r
- نقوم بالاستفادة من هذه القوى الثلاث لأيجاد المطلوب.

$$T\cos\vartheta = mg \quad \rightarrow T = \frac{mg}{\cos\vartheta} \quad , \sum F_r = T\sin\vartheta = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$

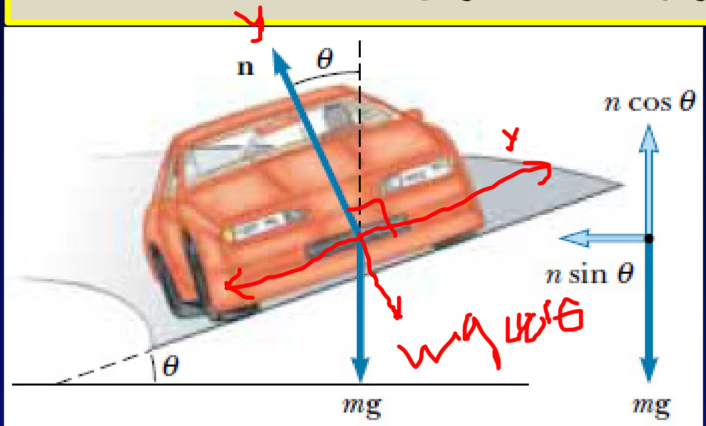
$$\rightarrow \frac{mg}{\cos\vartheta}\sin\vartheta = mg\tan\vartheta = \frac{mv^2}{r}, \rightarrow v = \sqrt{gr\tan\vartheta}$$

$$\because r = L\sin\vartheta \rightarrow v = \sqrt{gLin\vartheta\tan\vartheta}$$

الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن Circular Motion

6.5 تطبيق قانون نيوتن الثاني على الحركة الدائرية في مسار مائل

• مثال 6.5 : يرغب مهندس طرق أن يصمم أحد المخارج على الطريق السريع بحيث يسمح للسيارات بالمرور بسرعات معينة حتى في ظروف وجود صقيع أو ثلوج على الطريق. فقام بجعل الطريق مائلا بزاوية معينة ومنحنيا بنصف قطر معين. فإذا كان يستهدف سرعات قصوى للسيارات تعادل 13.4 m/s وكان نصف قطر انحناء الطريق هو 50 m فكم يتوجب أن تكون زاوية ميل الطريق؟



• الحل: في الظروف الطبيعية عندما تدور السيارة في مسار منحن فأن ما يمنعها من الانزلاق هو قوى الاحتكاك بين عجلات السيارة والأرض.
• ولكن عندما يكون الطريق مغطى بالثلوج فهذه القوة غير متوفرة، مما يجعل السيارة تنزلق مباشرة.
• ولكن يمكن هندسيا أن نجعل الطريق مائلا فيمنع السيارة.

$$n\cos\vartheta = mg \quad \rightarrow n = \frac{mg}{\cos\vartheta} \quad , \sum F_r = n\sin\vartheta = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$

$$\rightarrow \frac{mg}{\cos\vartheta}\sin\vartheta = mg\tan\vartheta = \frac{mv^2}{r}$$

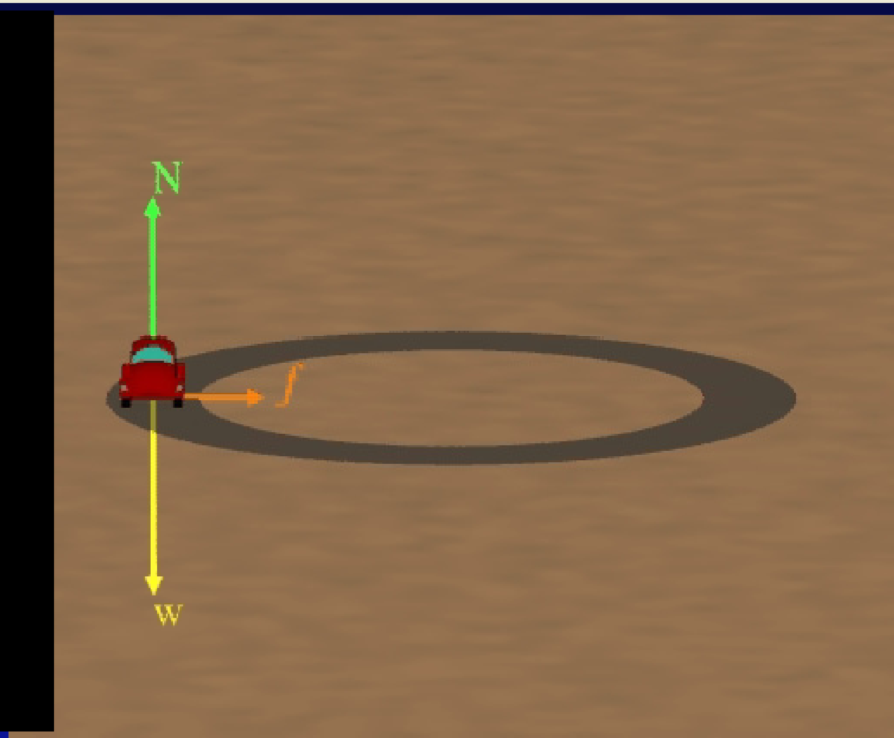
$$\therefore \vartheta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{gr}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{13.4^2}{9.8\times 50}\right) = 20.1^o$$

الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن Circular Motion

تطبيق قانون نيوتن الثاني على الحركة الدائرية في مسار مائل

- لاحظ في المثال السابق أن درجة الميل مستقلة عن كتلة السيارة، بمعنى أن الطريق مناسب للسيارات جميعها بغض النظر عن كتلها واحجامها. كذلك نلاحظ أنه لو وجد احتكاك بجانب ميل الطريق فأن القوى التي تمنع السيارات من الانزلاق سوف تصبح أقوى ونعبر عنها بحسب قانون نيوتن الثاني كما يلي:

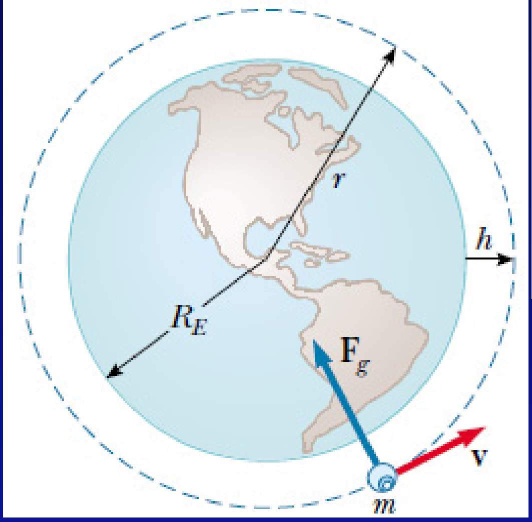
$$\sum F_r = n \sin \vartheta + f_s \cos \vartheta = ma_r = \frac{mv^2}{r}$$



الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن Circular Motion

6.6 حركة الأقمار الصناعية

- القمر الصناعي عبارة عن جسم له كتلة معينة يتم أطلاقه لكي يوجد بصفة دائمة أو مؤقتة فوق سطح الأرض. والأقمار الصناعية تنقسم من حيث موقعها إلى قسمين: الأول: قمر صناعي مثبت في مكان ما بحيث يظل في مكانه من حيث الارتفاع ومن حيث الموقع من سطح الأرض مثل تلك الأقمار المستخدمة في البث التلفزيوني. والنوع الأخر هو تلك الأقمار التي تدور حول الكرة الأرضية بسرعة ما بحسب الأرتفاع وبحسب الأهداف المطلوبة من هذا القمر.
- في هذه الفقرة سوف نقوم بدراسة القوى المؤثرة على القمر والتي تتحكم في حركته.
- مثل ما فعلنا مع البندول سابقا، هناك قوتان الأولى قوة جذب الأرض للقمر، والثانية القوة الناتجة من الطرد المركزي بسبب الدوران. وعندما تتساوى القوتان فأن القمر يكون على ارتفاع ثابت.



$$F_r = F_g = G\frac{mM_E v^2}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E + h}}$$

- R_E تمثل نصف قطر الأرض، و h ارتفاع القمر عن سطح الأرض.
- إذن سرعة الدوران تعتمد فقط على ارتفاع القمر عن سطح الأرض. كلما زاد الأرتفاع قلت السرعة المطلوبة

الحركة الدائرية وتطبيقات أخرى على قوانين نيوتن Circular Motion
6.6 حركة الأقمار الصناعية

- مثال حسابي: إذا كان ارتفاع القمر الصناعي 1000 km عن سطح الأرض، وكان نصف قطر الأرض هو: $R_E = 6.37\times10^6$ m وكتلة الأرض هي: $M_E=5.98\times10^{24}$ kg فاحسب سرعة دوران القمر حول الأرض واحسب كذلك زمنه الدوري (زمن دوره كاملة).

$$v=\sqrt{\frac{GM_E}{R_E+h}}=\sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}{6.37\times10^6+1\times10^6}}=7\times10^3\,m/s$$

$$period=\frac{\text{totaldistance}}{v}=\frac{2\pi(6.37\times10^6+1\times10^6)}{7\times10^3}=110\text{minutes}$$

- هناك حالات يكون فيها القمر الصناعي مثبتا حول موقع معين بالنسبة لسطح الأرض.
- في هذه الحالة نعرف زمنه الدوري وهو 24 ساعة بالضبط.
- وبالتالي فيمكن حساب السرعة كذلك بدقة من المعادلات السابقة.
- ومن هذه المعلومات يمكن حساب الارتفاع بشكل دقيق.
- طبعا لا يمكن تثبيت القمر الصناعي بشكل دقيق ودائم، حيث ان المؤثرات عليه ليست محددة بشكل كامل وتحت السيطرة. لذا قد يلزم تصحيح الوضع من وقت إلى آخر بطرق آليه مرتبطة بالقمر بشكل مباشر.