Chapter 34

Electromagnetic Waves

34.1 Maxwell's Equations and Hertz's Discoveries

تعطي معادلات ماكسويل بالمعادلات الاربع التالية:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad (34.1)$$ قانون قاوس في الكهرباء

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \qquad (34.2)$$ قانون قاوس في المغناطيسية

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (34.3)$$ قانون فارادای

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \qquad (34.4)$$ قانون امبير وماكسويل

حيث تمثل المعادلة الرابعة قانون امبير في صورته العامة الذي يصف العلاقة بين المجالين المغناطيسي والكهربائي والتيارات الكهربائية. حيث بين ان التكامل الخطي للمجال المغناطيسي حول اي مسار مغلق يساوي مجموع تيارات التوصيل خلال المسار ومعدل تغير تدفق المجال الكهربائي خلال اي سطح محاط بالمسار المغلق.

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$q = A\sigma$$

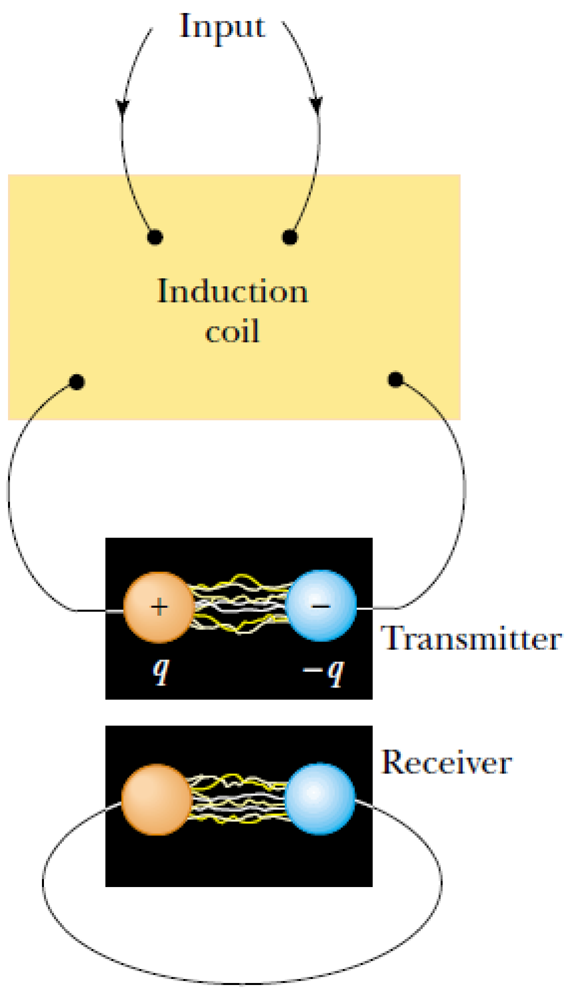
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Longrightarrow \frac{dE}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{d\sigma}{dt}$$

$$\Longrightarrow \frac{d\sigma}{dt} = \varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$\Longrightarrow \frac{dq}{dt} = \mathrm{I} = A\varepsilon_0 \frac{dE}{dt}$$

$$\mathrm{I} = A\varepsilon_0 \frac{dE}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

وهذه الكمية هي التي اضيفت في قانون امبير لتنتج المعادله الرابعه لماكسويل


Input
Induction coil
+
−
q
−q
Transmitter
Receiver

34.2 Plane Electromagnetic Waves

يمكن ربط E وB مع بعضهما من العلاقة 34.3 و 34.4 في الفراغ اي عندما q=0 و I=0 حيث تصبح المعادلة 34.4:

We can relate E and B to each other with Equations 34.3 and 34.4. In empty space, where $q = 0$ and $I = 0$, Equation 34.3 remains unchanged and Equation 34.4 becomes

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \qquad (34.5)$$

وباستخدام المعادلة 34.3 و 34.5 يمكن ايجاد العلاقة بين E و B كما يلي (الاستنتاج في الكتاب):

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \qquad (34.6)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \qquad (34.7)$$

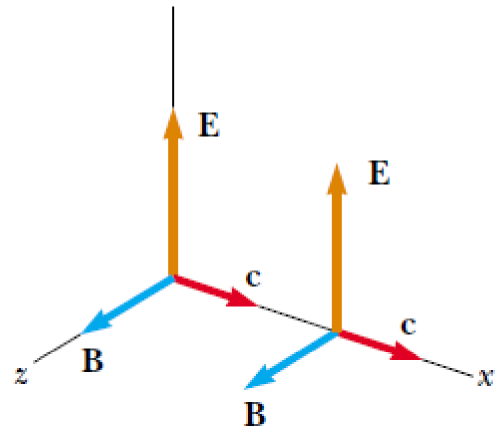


Figure 34.2 An electromagnetic wave traveling at velocity **c** in the positive x direction. The electric field is along the y direction, and the magnetic field is along the z direction. These fields depend only on x and t.

وباشتقاق المعادله 34.6 بالنسبة الى x ثم مقارنتها مع المعادلة 34.7 نحصل على:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(-\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}\right)$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}} \qquad (34.8)$$

وبنفس الطريقة نقوم باشتقاق المعادله 34.7 بالنسبة الى x ثم مقارنتها مع المعادلة 34.6 نحصل على:

$$\boxed{\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}} \qquad (34.9)$$

والمعادلة العامة للموجة تعطى بالعلاقة التالية :

$$(\partial^2 y/\partial x^2) = (1/v^2)(\partial^2 y/\partial t^2)$$

وبمقارنة المعادله 34.8 والمعادلة 34.9 مع المعادلة العامة للموجة نحصل على:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \qquad (34.10)$$

Taking $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m/A}$ and $\epsilon_0 = 8.854\,19 \times 10^{-12}\ \mathrm{C^2/N \cdot m^2}$ in Equation 34.10, we find that $c = 2.997\,92 \times 10^8$ m/s. Because this speed is precisely the same as the speed of light in empty space, we are led to believe (correctly) that light is an electromagnetic wave.

اي ان سرعة الموجات الكهرومغناطيسية تساوي سرعة الضوء وبالتالي فان الضوء هو موجات كهرومغناطيسية:

وحل المعادله 34.8 والمعادلة 34.9 هو:

$$E = E_{\max} \cos(kx - \omega t) \qquad (34.11)$$

$$B = B_{\max} \cos(kx - \omega t) \qquad (34.12)$$

$k = 2\pi/\lambda$, where λ is the wavelength

$$\omega = 2\pi f,$$

$$\frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi/\lambda} = \lambda f = c$$

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^8 \text{ m/s}}{f}$$

باشتقاق المعادله 34.11 جزئيا بالنسبة ل x وكذالك اشتقاق والمعادلة 34.12 جزئيا بالنسبة ل t نحصل على:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -kE_{\max}\sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \omega B_{\max}\sin(kx - \omega t)$$

بالتعويض في المعادلة 34.6نحصل على:

$$kE_{\max} = \omega B_{\max}$$

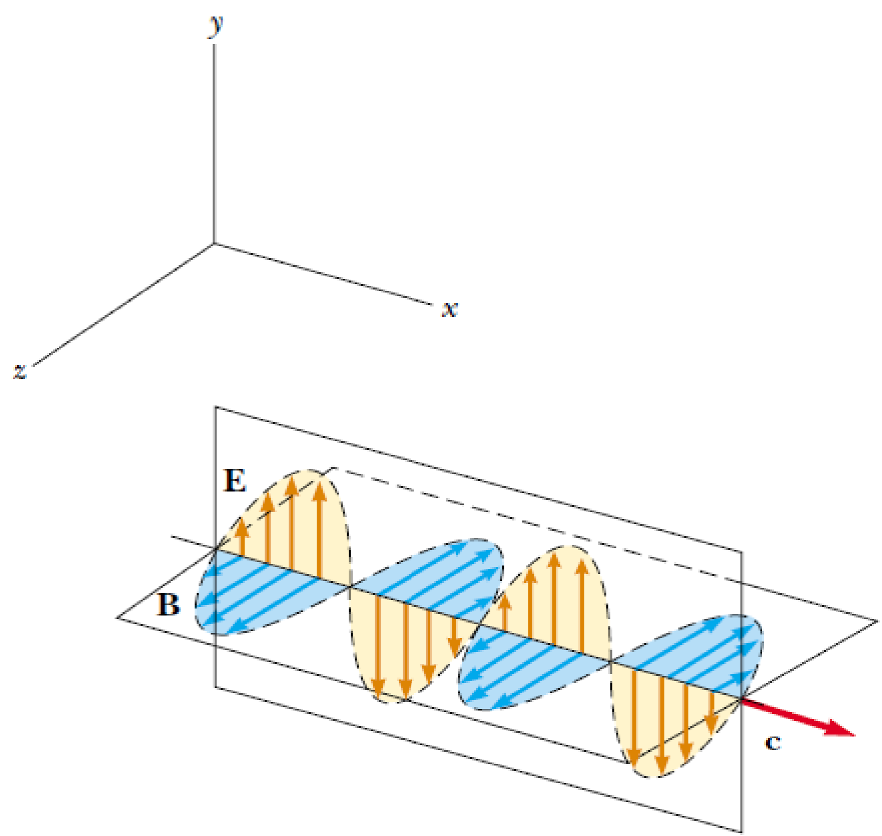
$$\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = \frac{\omega}{k} = c$$

ومن المعادلة 34.11 و المعادلة 34.12 نحصل على:

$$\boxed{\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = \frac{E}{B} = c} \qquad (34.14)$$

That is, **at every instant the ratio of the magnitude of the electric field to the magnitude of the magnetic field in an electromagnetic wave equals the speed of light.**

اي انه عند اي لحظة فان النسبة بين المجال الكهربائي الى المجال المغناطيسي في الموجات الكهرومغناطيسية يساوي سرعة الضوء.



Example 34.1 An Electromagnetic Wave

موجة كهرومغناطيسية جيبية ترددها 40MHz تنتشر في الفراغ في اتجاة x اوجد:

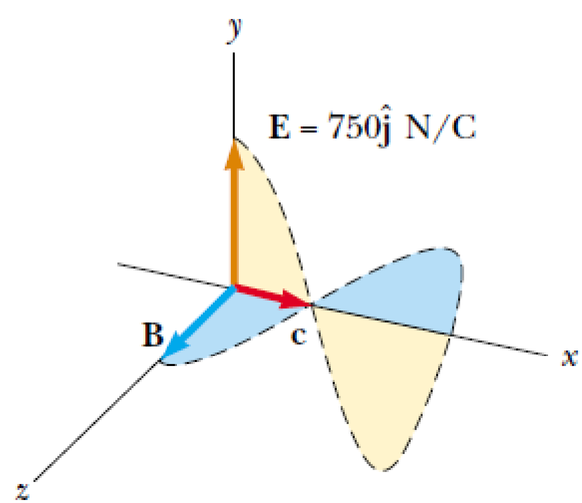
أ) الطول الموجي والزمن الدوري

Solution Using Equation 34.13 for light waves and given that $f = 40.0\ \text{MHz} = 4.00 \times 10^{7}\ \text{s}^{-1}$, we have

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3.00 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{4.00 \times 10^{7}\ \text{s}^{-1}} = \boxed{7.50\ \text{m}}$$

The period T of the wave is the inverse of the frequency:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{4.00 \times 10^{7}\ \text{s}^{-1}} = \boxed{2.50 \times 10^{-8}\ \text{s}}$$



ب) عند نقطة معينة وزمن معين فان قيمة المجال الكهربائي 750N/C وباتجاه y احسب قيمة المجال المغناطيسي واتجاهه عند نفس الموضع.

(B) At some point and at some instant, the electric field has its maximum value of 750 N/C and is along the *y* axis. Calculate the magnitude and direction of the magnetic field at this position and time.

Solution From Equation 34.14 we see that

$$B_{\max} = \frac{E_{\max}}{c} = \frac{750\ \mathrm{N/C}}{3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}} = \boxed{2.50 \times 10^{-6}\ \mathrm{T}}$$

Because **E** and **B** must be perpendicular to each other and perpendicular to the direction of wave propagation (*x* in this case), we conclude that **B** is in the *z* direction.

يكون اتجاه المجال المغناطيسي باتجاه z لان المجال الكهربائي باتجاه y واتجاة حركة الموجة في اتجاه x.

ج) اكتب علاقة لتغير المكان والزمن لكلا من المجال الكهربائي والمغناطيسي لهذه الموجة.

(C) Write expressions for the space–time variation of the components of the electric and magnetic fields for this wave.

Solution We can apply Equations 34.11 and 34.12 directly:

$$E = E_{\max} \cos(kx - \omega t) = (750 \text{ N/C}) \cos(kx - \omega t)$$

$$B = B_{\max} \cos(kx - \omega t) = (2.50 \times 10^{-6} \text{ T}) \cos(kx - \omega t)$$

where

$$\omega = 2\pi f = 2\pi(4.00 \times 10^{7} \text{ s}^{-1}) = 2.51 \times 10^{8} \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{7.50 \text{ m}} = 0.838 \text{ rad/m}$$

34.3 Energy Carried by Electromagnetic Waves

The rate of flow of energy in an electro- magnetic wave is described by a vector **S**, called the **Poynting vector,**

معدل انتقال الطاقة في الموجات الكهرومغناطيسية يوصف بمتجه S يسمى متجه بوينتنق كما يلي :(الطاقة المارة خلال وحدة المساحة خلال وحدة الزمن)

$$\boxed{\mathbf{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}}$$

$$S = \frac{EB}{\mu_0}$$

$$\mathrm{J/s \cdot m^2 = W/m^2.}$$

Because $B = E/c$, we can also express this as

$$S = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \frac{c}{\mu_0} B^2$$

ويكون متوسط قيمة S او ما يسمى شدة الموجة الكرومغناطيسية I

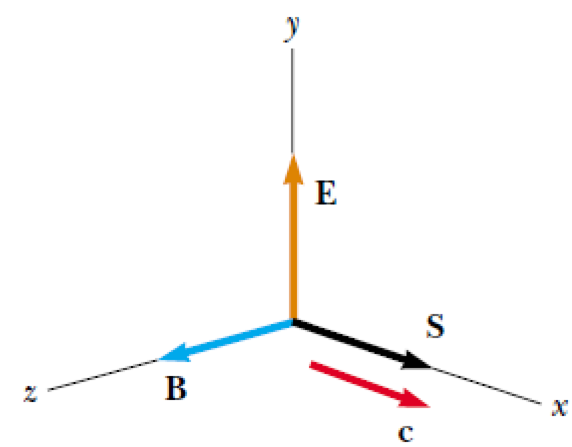
$$I = S_{\text{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c}{2\mu_0} B_{\max}^2 \qquad (34.21)$$

مما سبق فإن

$$u_E = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \qquad u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$B = E/c \text{ and } c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$$

$$u_B = \frac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0\mu_0}{2\mu_0} E^2 = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$



ونحصل على كثافة الطاقة لكلا من المجال الكهربائ والمجال المغناطيس :

$$u_B = u_E = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

اي ان كثافة الطاقة اللحظية المرتبطة بالمجال الكهربائي تساوي كثافة الطاقة للمجال المغناطيسي .
وبالتالي فإن كثافة الطاقة الكلية اللحظية تساوي مجموع كثافة الطاقة للمجال الكهربائي والمغناطيسي اي ان:

$$u = u_E + u_B = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0}$$

ولذلك فانة لاي موجة كهرومغناطيسية تكون متوسط الطاقة لوحدة الحجوم (متوسط كثافة الطاقة) هو :

$$u_{\mathrm{av}} = \epsilon_0 (E^2)_{\mathrm{av}} = \tfrac{1}{2}\epsilon_0 E_{\mathrm{max}}^2 = \frac{B_{\mathrm{max}}^2}{2\mu_0} \qquad (34.22)$$

وبالمقارنة مع المعادلة 34.21 نجد ان :

$$I = S_{\mathrm{av}} = c u_{\mathrm{av}} \qquad (34.23)$$

34.6 The Spectrum of Electromagnetic Waves

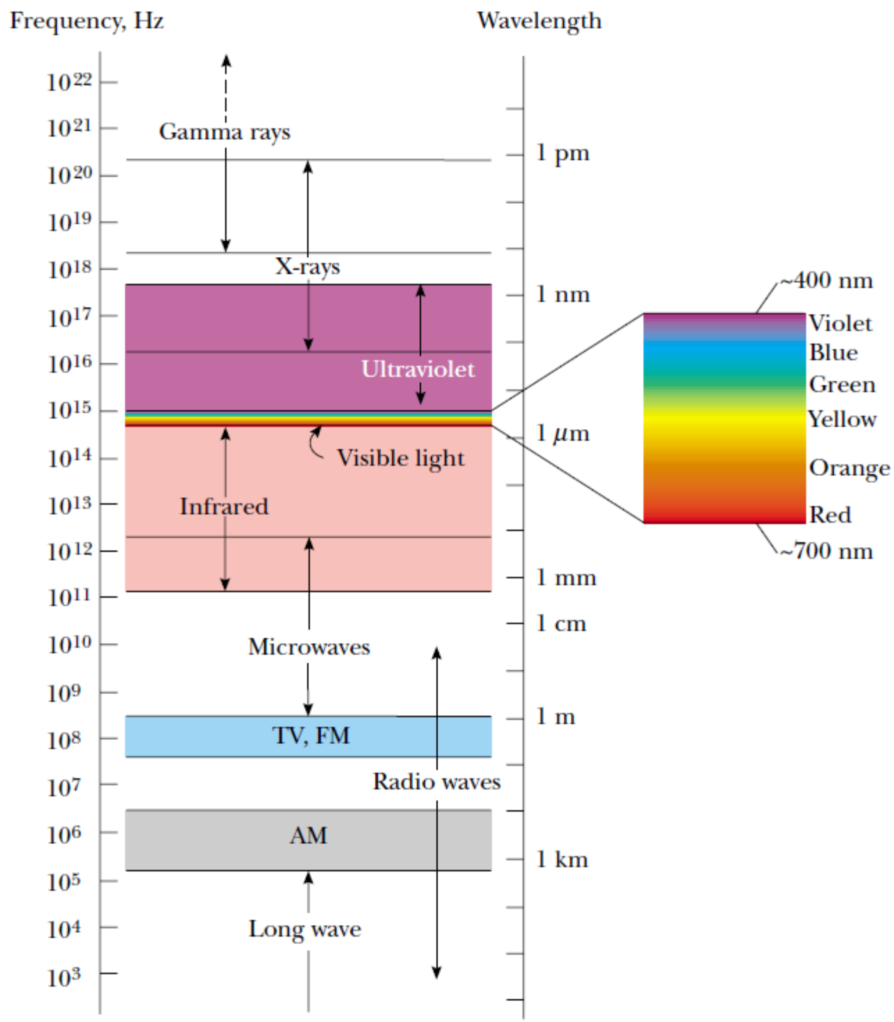


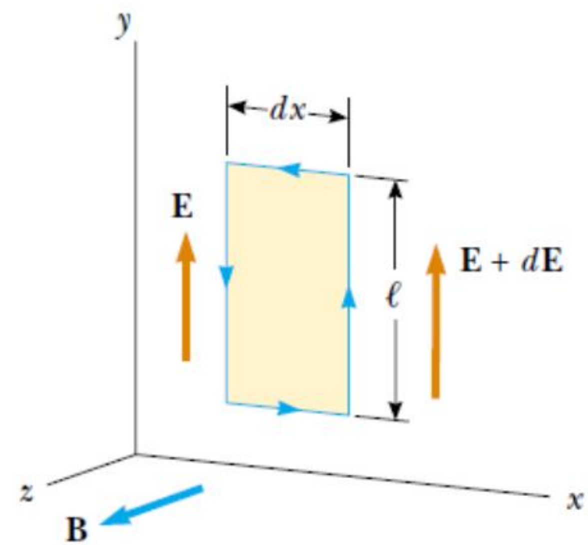
Figure 34.12 The electromagnetic spectrum. Note the overlap between adjacent wave types. The expanded view to the right shows details of the visible spectrum.

Derivation of Equations 34.6 and 34.7

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$E(x + dx, t) \approx E(x, t) + \frac{dE}{dx}\bigg]_{t\,\text{constant}} dx = E(x, t) + \frac{\partial E}{\partial x}\, dx$$

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = [E(x + dx, t)]\ell - [E(x, t)]\ell \approx \ell \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right) dx$$

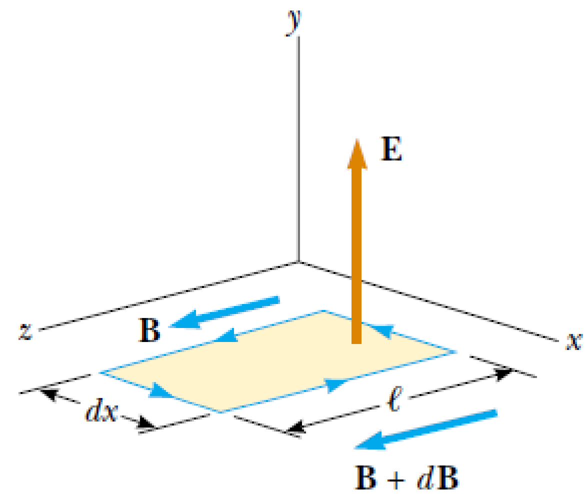


$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \ell\, dx\, \frac{dB}{dt}\bigg]_{x\,\text{constant}} = \ell\, dx\, \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\ell \left(\frac{\partial E}{\partial x}\right) dx = -\ell\, dx\, \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = [B(x, t)]\ell - [B(x + dx, t)]\ell \approx -\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx$$



$$\frac{\partial \Phi_E}{\partial t} = \ell \, dx \, \frac{\partial E}{\partial t}$$

Substituting Equations 34.17 and 34.18 into Equation 34.5 gives

$$-\ell \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) dx = \mu_0 \epsilon_0 \, \ell \, dx \left(\frac{\partial E}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

أمثلة:

١- موجه ضوء كهرومغناطيسية طولها الموجي $5 \times 10^{-7}\mathrm{m}$ احسب ترددها؟
٢- موجه كهرومغناطيسية تنتشر في اتجاه محور x الموجب وقيمة مجالها المغناطيسي $2\mu T$ احسب قيمة المجال الكهربائي لها واتجاهه.

٣- اذا كانت كثافة الطاقة لموجات كهرومغناطيسية هي $2 \times 10^{-6} j/m^3$

احسب شده هذه الموجات . قيمة المجال الكهربائي والمغناطيسي لها.

الحل :

(١

$$\lambda f = c$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^{8}}{5 \times 10^{-7}} = 6 \times 10^{14} Hz$$

(٢

$$c = \frac{E}{\mathrm{B}}$$

$$\Longrightarrow E = cB = 3 \times 10^{8} \times \ 2 \times 10^{-6} = 600 N/C$$

٣)

$$I = S_{aV} = c\, u_{aV} = 3 \times 10^{8} \times 2 \times 10^{-6} = 600\, \frac{J}{s.m^{2}}$$

$$I = S_{\mathrm{av}} = \frac{E_{\max} B_{\max}}{2\mu_0} = \frac{E_{\max}^2}{2\mu_0 c} = \frac{c}{2\mu_0} B_{\max}^2 \qquad (34.21)$$

$$I = S_{aV} = \frac{E^{2}}{2\mu_0 c}$$

$$E^{2} = S_{aV} \times 2\mu_0 c = 600 \times 2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 3 \times 10^{8}$$

$$E = 672.43 N/C$$

$$I = S_{aV} = \frac{c\ B^{2}}{2\mu_0}$$

$$B^{2} = \frac{S_{aV} \times 2\mu_0}{c} = \frac{600 \times 2 \times 4\pi \times 10^{-7}}{3 \times 10^{8}}$$

$$\boldsymbol{B = 2.24 \times 10^{-6}\mathrm{T}}$$