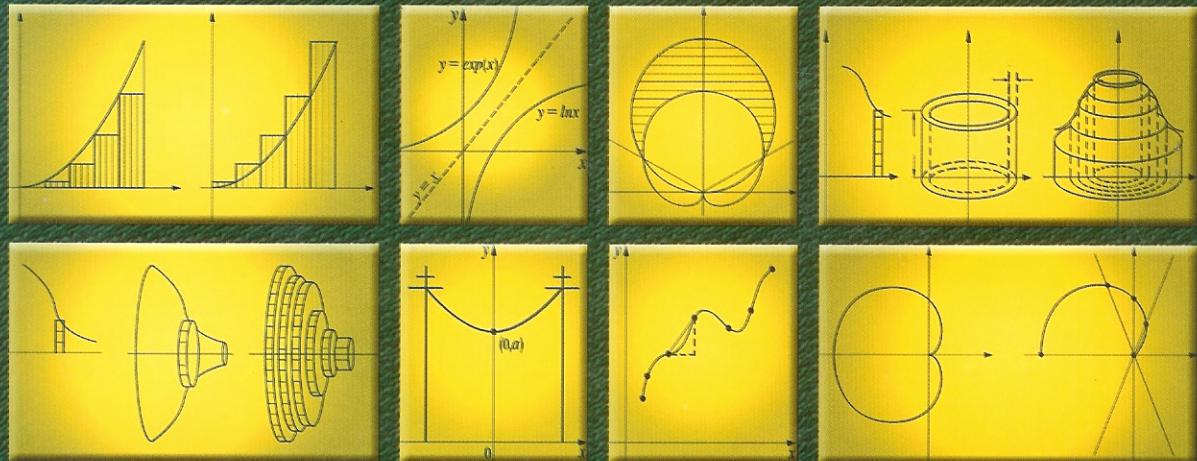


# مبادئ التفاضل و التكامل

## الجزء الثاني



د. صالح محمد الله السنوسي  
د. معرض محمد العبدالله من سلطان  
د. كمال الماديي محمد الرحمن  
د. أحمد كامل طيبة

الناشر  
دار الخريجي للنشر والتوزيع



$$(n-1) \approx \sqrt{n}$$

$$5) \int_1^4 x^3 \cos x dx \quad 7) \int_0^2 (6x^3 - 6x^2 - 1) dx$$

$$(n-1) \approx \sqrt{n}$$

$$\int_5^2 g(x) dx = 6, \int_1^7 g(x) dx = 5, \quad (15)$$

$$\int_1^5 f(x) dx = 4, \int_5^7 f(x) dx = 5$$

$$\int_1^7 [4f(x) + 3g(x)] dx$$

$$\int_5^1 g(x) dx$$

$$\int_1^5 (3f(x) - 5g(x)) dx$$

$$\leq \int_0^{\pi} |sin x| dx \leq \pi \quad (16)$$

كتبه صديقه فيكتور لوكال لوكال (ف)  
لذلك جمع (d) على الفتر (c)

$$[-1, 2] \text{ على } f(x) = 1+x^2 \quad (9)$$

$$[1, 4] \text{ على } f(x) = x^2 \quad (9)$$

$$\int_{-1}^2 g(x) dx = 2 \Rightarrow \int_1^4 f(x) dx = 5 \quad (15)$$

$$g(x) = 8 \quad f(x) = e^x \quad (9)$$

$$(1-r) \approx \sqrt{1-r}$$

$$5) \int_0^1 (2x-3)(5x+1) dx$$

$$6) \int_1^2 \frac{x^2-1}{x-1} dx$$

$$8) \int_1^3 \frac{2x^3 - 4x^2 + 5}{x^2} dx$$

$$10) \int_0^4 \sqrt{3u} (\sqrt{u} + \sqrt{3}) du$$

$$21) \int_1^2 \left( x + \frac{1}{x} \right)^2 dx$$

$$23) \int_{-5}^2 \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1} dx$$



$$(47) \frac{d}{dx} \int_{\tan x}^{x^2} \frac{1}{\sqrt{2+t^4}} dt \quad (49) \int_{-3}^{x^3} (t^3+1)^{10} dt$$

$$(50) \text{حسب } G(x) = \int_0^x \frac{\cos t}{t^2+3} dt \text{ على } (52)$$

$$(0, \infty) \text{ على } F(x) = \int_x^{3x} \frac{1}{t} dt \text{ على } (54)$$

$$(14) \int \frac{x}{x^4+9} dx \quad (16) \int \frac{\tan^{-1} x}{x^2+1} dx$$

$$(22) \int \tan^6 x \sec^2 x dx \quad (26) \int_1^8 \frac{(1+x^{\frac{2}{3}})^3}{x^5} dx$$

$$(34) \int \frac{\sin(2x)}{(5+\cos(2x))^3} dx \quad (38) \int x \sqrt{x-3} dx$$

$$(42) \int \tan^2(2\theta) d\theta \quad (46) \int_0^1 \frac{y^2}{\sqrt{4-3y}} dy$$

$$(48) \int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1-\tan^2 x}} dx \quad (50) \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x} \sqrt{4-x}} dx$$

$$(52) \int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x} (\sqrt{x}+1)^3} \quad (58) \int \sqrt[3]{x^3+1} x^5 dx$$

$$(60) \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}} dx \quad \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx \text{ على }(85)$$

$$\frac{\pi}{4} \leftarrow 2\pi \leftarrow \sum \leftarrow \pi \leftarrow$$

$$(\tan^{-1}(5\pi))^2$$

$$y = \ln\left(\frac{\cos x}{\sqrt{4-3x^2}}\right) \quad (18)$$

$$y = (\ln \sin x)^3 \quad (19)$$

$$y = \frac{(x^2-8)^{\frac{1}{3}} \sqrt{x^2+1}}{x^6-7x^2+5} \quad (w)$$

$$y = \frac{1}{\ln(2x^2+3)} \quad (c)$$

لتحقيق المقدار المطلوب يكفي

$$3y - x^2 + \ln(xy) = 2 \quad (w)$$

$$\text{عن } x^2 + \ln y + y^3 = 2x + 5 \quad (2, 1) \quad (25)$$

$$y = x^2 + 4 \quad (2, 1) \quad (26)$$

لتحقيق المقدار المطلوب

$$\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} \quad (26)$$

$$\int \frac{x+2}{x^2+4} dx \quad (27)$$

$$\int \frac{dx}{x(\ln x)^2} \quad (27)$$

$$(c = w) \approx \sqrt{2}$$

$$\ln(x+5) = \ln(x+1) - \ln(x+1) \quad (6)$$

$$e^{2x} - 3e^x + 2 = 0 \quad (7)$$

$$f(x) = \sec^2(e^{-x}) \quad (8)$$

$$y = e^x + \frac{1}{e^x} \quad (10)$$

لتحقيق المقدار المطلوب يكفي

$$e^y - x^3 + 3y^2 = 1 \quad (9)$$

$$e^x \cot y = x^2 e^y \quad (11)$$

$$\cos(x-y) = x^2 \quad (12)$$

$$e^x - e^{-x} = \sinh x \quad (\text{ج})$$

$$\int \frac{x}{1+e^x} dx \quad (\text{ج})$$

$$\int \frac{e^x}{x^2} dx \quad (\text{ج})$$

جاءت بالشكل

$$\int \frac{e^{2x}}{x+3} dx \quad (\text{ج})$$

$$\int e^{2\ln x} dx \quad (\text{ج})$$

$$\int \frac{e^x}{(1+e^x)^2} dx \quad (\text{ج})$$

$$(u-v) \rightarrow k$$

$$y = \log(3x^2 + 2)^5 \quad (\text{ج})$$

$$y = (\ln x)^{\tan x} \quad (\text{ج})$$

$$P(1,1,0) \text{ على الخط } y = 1/x \quad (ج) \text{ لمحض الماء والبخار } (\text{ج})$$

$$\int \pi^{\sin x} \cos x dx \quad (\text{ج})$$

$$\int_0^1 \frac{e^{2x}}{2+e^{2x}} dx \quad (\text{ج})$$

$$\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}\pi} \left( \ln(2+e^x)/2 \right) dx \quad (\text{ج}) \quad \ln \frac{3}{2} P$$

$$\int_0^5 \frac{4a^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1}} dx \quad (\text{ج})$$

$$\frac{4}{\ln a} (a^3 - a) \quad (\text{ج}) \quad \frac{4}{\ln a} (a^2 - a) \quad (\text{ج}) \quad 4(a^3 - a) \quad (\text{ج})$$

$$\int_1^{\infty} f(x) dx \quad (\text{ج}) \quad f(x) = \ln(\ln x) \quad (\text{ج})$$

$$-e^{-2} \quad (\text{ج}) \quad e^{-2} \quad (\text{ج}) \quad -ze^{-2} \quad (\text{ج}) \quad 2e^{-2} \quad (\text{ج})$$

$$\int_1^{\infty} f(x) dx \quad (\text{ج}) \quad f(x) = z^{3x} \quad (\text{ج})$$

$$24 \ln 2 \ln 3 \quad (\text{ج}) \quad 8 \ln 2 \ln 3 \quad (\text{ج}) \quad 8 \ln 2 \quad (\text{ج}) \quad 3 \ln 2 \quad (\text{ج})$$



$$\tanh\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\cosh x - 1}{\sinh x} \quad (v)$$

$$y = \sqrt{x} \tanh \sqrt{x} \quad (v) \quad y = \cosh \sqrt{4x^2 + 3} \quad (v)$$

$$y = \operatorname{csch}^2(\ln x) \quad (v) \quad y = x \ln(\operatorname{sech} 4x) \quad (v)$$

$$\int \frac{e^{\sinh x}}{\operatorname{sech} x} dx \quad (v)$$

$$\int \coth x \quad (v)$$

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}} \sinh(2\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx \quad (v)$$

$$\int \frac{e^{3x}}{(\sinh x + \cosh x)^2} dx \quad (v)$$

$$y = \coth^{-1}(\sqrt{x}) \quad (v)$$

$$y = \operatorname{sech}^{-1} \sqrt{1-x^2} \quad (v)$$

$$y = \operatorname{sinh}^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) \quad (v)$$

$$y = \frac{1}{\tanh^{-1} x} \quad (v)$$

$$\int \frac{dx}{25+9x^2} \quad (v)$$

$$\int \frac{dx}{e^{2x}-16} \quad (v)$$

$$\int \frac{dx}{2 \sqrt{x^2-1}} \quad (v)$$

$$\int \frac{dx}{3x^2-4} \quad (v)$$

$$g'(0) = 2 \operatorname{cosh} 3x = 2 \operatorname{cosh} 1 \quad (v)$$

$$\int 6x^2 \sqrt{5-4\ln 2 \cosh 3x} dx = 3 \ln 2 \quad (v) \quad (P)$$

$$\int \operatorname{tanh} \int \frac{\sinh x}{1+\cosh x} dx \quad (v)$$

$$2 \ln(e+1) - 2 \ln 2 \quad (v) \quad 2 \ln(e+1) - 2 \ln 2 \quad (P)$$

$$\int x^2 \sqrt{5-4\ln 2 \cosh 3x} dx = 2 \ln(e+1) - 1 \quad (v) \quad (P)$$



$$\int 4 \times \tanh x^2 \operatorname{sech} x^2 dx \quad (1)$$

$$\tanh x^2 + C \quad (2) \quad \operatorname{sech} x^2 + C \quad (3)$$

$$\tanh^2 x^2 + C \quad (4) \quad \tanh x^2 + C \quad (5)$$

$$\text{لما زادي} - \cosh x \quad \text{لما زادي} \sinh x = 2 \quad (6)$$

$$\sqrt{6} \quad (7) \quad \sqrt{3} \quad (8)$$

$$\sqrt{5} \quad (9) \quad \sqrt{2} \quad (10)$$

$$\text{لما زادي} \cosh x \quad \text{لما زادي} \tanh x = \frac{1}{2} \quad (11)$$

$$\sqrt{3}/2 \quad (12) \quad 2\sqrt{3} \quad (13)$$

$$2\sqrt{5} \quad (14) \quad 2\sqrt{5} \quad (15)$$

$$\int \frac{dx}{4-x^2} \quad (16)$$

$$\frac{1}{4} \ln 3 \quad (17) \quad \frac{1}{2} \ln 3 \quad (18)$$

$$\frac{1}{4} \ln 3 \quad (19) \quad 2 \ln 3 \quad (20)$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} \quad (21)$$

$$\ln 2 \quad (22) \quad \frac{1}{2} \ln 4 \quad (23)$$

$$2\sqrt{2} \quad (24) \quad 2 \quad (25)$$

$$\int \frac{1+\tanh(\ln x)}{1-\tanh(\ln x)} dx \quad (26)$$

$$x^2 \quad (27) \quad x \quad (28)$$

$$\operatorname{csch} x \quad (29) \quad \operatorname{sech} x \quad (30)$$

$$\int \tanh x^5 dx \quad (31)$$

$$\frac{1}{5} \ln(\sinh 5x) + C \quad (32) \quad \frac{1}{5} \ln(\cosh 5x) + C \quad (33)$$

$$\frac{1}{5} \sinh 5x + C \quad (34) \quad \frac{1}{5} \cosh 5x + C \quad (35)$$

$$\int \sinh 2x \cosh 2x dx \quad (36)$$

$$\frac{1}{3} (\sinh 2x)^{\frac{3}{2}} + C \quad (37) \quad \frac{1}{3} (\sinh 2x)^{\frac{1}{2}} + C \quad (38)$$

$$\cosh 2x + C \quad (39) \quad \frac{1}{2} \cosh^2 2x + C \quad (40)$$



لا يكتب في  
هذا الباب

$$\int_1^2 x^3 \ln x dx \quad (\text{E})$$

$$\int x^{2-2x} dx \quad (\text{E})$$

$$\int x \sec^2 x dx \quad (\text{E})$$

$$\int x \tan^2 x dx \quad (\text{A})$$

$$\int \cos \sqrt{x} dx \quad (\text{E})$$

$$\int e^{2x} \sin(3x) dx \quad (\text{A})$$

$$\int_2^4 \sec^2 \sqrt{x} dx \quad (\text{E})$$

$$\int x^3 e^{x^2} dx \quad (\text{E})$$

$$\int \cos^6 x dx \quad (\text{E})$$

$$\int \sin^3 x \cos^3 x dx \quad (\text{E})$$

$$\int \cos^5 x dx \quad (\text{A})$$

$$\int \tan^2 x \sec^5 x dx \quad (\text{E})$$

$$\int \tan^5 x \sec^4 x dx \quad (\text{E})$$

$$\int (\tan x + \cot x)^2 dx \quad (\text{E})$$

$$\int \cot^5 x \sin^2 x dx \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{1 - \tan^2 x}{\sec^2 x} dx \quad (\text{E})$$

$$\int \csc^4(5x) \cot^2(5x) dx \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{dx}{1 - \sin x} \quad (\text{E})$$

$$\int_0^{\pi/6} \sin(2x) \cos(4x) dx \quad (\text{E})$$

$$\int \sqrt{1-4x^2} dx \quad (\text{A})$$

$$\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{x^2+4}} \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{dx}{(9x^2+1)^{3/2}} \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+1)^{3/2}} \quad (\text{E})$$

$$\int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx \quad (\text{E})$$

$$\int e^x \sqrt{1-e^{2x}} dx \quad (\text{A})$$

$$\int \frac{\sec^2 \theta d\theta}{\sqrt{25 + \tan^2 \theta}} \quad (\text{E})$$



$$\int \frac{2x-1}{x^2-6x+13} dx \quad (\text{G})$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-2x^2}} \quad (\text{R})$$

$$\int \sqrt{x^2-2x} dx \quad (\text{F})$$

$$\int \frac{e^x}{1-e^x+e^{2x}} dx \quad (\text{I})$$

$$\int \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta - 6 \sin \theta + 12} d\theta \quad (\text{C})$$

$$\int \frac{x^2+1}{x^2-x} dx \quad (\text{F})$$

$$\int \frac{5x-5}{3x^2-8x-3} dx \quad (\text{Q})$$

$$\int \frac{x^3+1}{(x^2+1)^2} dx \quad (\text{A})$$

$$\int \frac{dx}{x^2(x-1)^2} \quad (\text{F})$$

$$\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+x-1}{x^2+x-2} dx \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{x^4}{x^4-1} dx \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{\cos \theta \cdot d\theta}{\sin^2 \theta + 4 \sin \theta - 5} \quad (\text{G})$$

$$\int \frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} dx \quad (\text{A})$$

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+1} dx \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+\sqrt{x}}} \quad (\text{G})$$

$$\int \frac{\sqrt{x+4}}{x} dx \quad (\text{A})$$

$$\int \frac{dx}{\sin x + \tan x} \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{dx}{3-5 \sin x} \quad (\text{E})$$

$$\int \frac{dx}{1-\cos x} \quad (\text{H})$$

$$\int \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2} dx \quad (\text{E})$$

$$\text{إجابة} \sim \sqrt{c} (V-C)$$

$$\int \ln(1+x^2) dx \quad (\text{E})$$

$$x \ln(1+x^2) - 2x + 2 \tan^{-1} x + C \quad (\text{E})$$

$$x^2 \ln(1+x^2) - 2x + 2 \tan^{-1} x + C \quad (\text{D})$$

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^{3x}-e^x} \quad (\text{G})$$

$$\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e-1}{e+1}\right) + \frac{1}{e} \quad (\text{E})$$

$$\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e-1}{e+1}\right) + \frac{1}{e} - 1 \quad (\text{E})$$

$$\frac{1}{e} \rightarrow \quad (\text{D})$$

$$\frac{1}{2} \ln\left(\frac{e-1}{e+1}\right) - 1 \quad (\text{D})$$



لا يكتب في  
هذا الماسن

كاربو (١-٧) [ سبق د. مسعود في محضرات ا. رياضيات بالسنة التحضيرية ]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\ln x)}{\sqrt{x}} \quad (٤)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1 - x}{x^2} \quad (١٨)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\ln x) \tan x \quad (٥)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cosh x - 2}{1 - \cos(2x)} \quad (٦)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\ln x} \quad (٧)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}} \quad (٨)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1 - \cos(3x)}{x^2} \right) \quad (٩)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x^2)^{\ln x} \quad (١٠)$$

كاربو (٩-٧)

بيان: إذا كانت  $f(x)$  على الفاصل  $[a, b]$  بحيث  $f'(x) > 0$  و  $f''(x) < 0$  (كما في الصورة) أحسب  $\int_a^b f(x) dx$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx \quad (١)$$

$$\int_0^a x dx \quad (٢)$$

$$\int_0^2 \frac{dx}{4x-5} \quad (٣)$$

$$\int_1^9 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-9}} \quad (٤)$$

كاربو (١-٩)

بيان: المذكرة: ببيانات المعلمات المعرفة في المذكرة

$$x=1, x=1, y=x, y=x^2+3 \quad (٥)$$

$$y^2 = x, y = x^2 \quad (٦)$$

$$x-2y=3, y^2=x \quad (٧)$$

$$y=4, y=0, x=0, x=y^2-4y \quad (٨)$$

$$x=0, y=\frac{1}{2}, y=\sin x \quad (٩)$$

$$x=1, y=e^{3x}, y=e^x \quad (١٠)$$

كاربو (٩)

بيان: المذكرة: أحسب حجم اكيدي الناقص بين دوران المخطفة المعلومة  
بيان: مساحات المعرفة حول محور الدوران المعنون خارج المعرفة الأفراط المعرفة  
أو الموردة

$$y = x^2 \text{ و } y = 4 - x^2 \quad (١)$$

$$y = 1 \text{ و } y = -1 \text{ ( } x = 2 + y^2 \text{ و } x = 1 - y^2 \text{ )} \quad (٢)$$

$$x = 1 \text{ حول } x+y=1 \text{ ( } y = 1 - x^2 \text{ )} \quad (٣)$$

$$x = -1 \text{ حول } y = 3 \text{ ( } y = \sqrt{25-x^2} \text{ )} \quad (٤)$$

$$x = 0 \text{ و } y = 0 \text{ و } y = \ln x \quad (٥)$$



في الممارسة التالية: استخدم طرقية السطح الاستوائية طرائق حجم الباقي  
الناتج بعد حساب الطبقات المرودة بالاستناد إلى مطابقة حول محور  
الدوار - المبين

$$x = e \wedge y = 0 \wedge y = \ln x \quad (6)$$

$$x = 3 \quad \cancel{y = x + 2} \wedge y = x^2 \quad (7)$$

$$x = -2 \quad y = 8x - 2x^2 \wedge y = 4x - x^2 \quad (7)$$

مارس (٣-٧)

أحسب طول منحنى المياء المحيط

$$1 \leq y \leq 4 \wedge x^2 = 64y^3 \quad (1)$$

$$1 \leq x \leq 2 \wedge y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x} \quad (2)$$

أحسب مساحة السطح الناتج عن دوران الجزء المحيط مع بدل  
الدورة حول محور الدوار - المبين

$$0 \leq x \leq 3 \wedge y = \sqrt{25 - x^2} \quad (3)$$

$$1 \leq y \leq 2 \wedge 8xy^2 = 2y^6 + 1 \quad (4)$$

$$0 \leq x \leq 1 \wedge y = \cosh x \quad (5)$$



كارسون (١-١)

معن المترادفة المقطبة بالزاوية المقطبة

$$(2, -\frac{\pi}{3}) \quad (a) \quad (5, \frac{2\pi}{3}) \quad (c) \\ (-6, -\pi) \quad (v)$$

كارسون (٢-١)

جبر الزوايا المقطبة = المثلث المقطبة المتعاكسة

$$(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}) \quad (d) \quad (-8, \frac{\pi}{4}) \quad (e) \\ (4, -\frac{\pi}{4}) \quad (a)$$

جبر الزوايا المقطبة = المثلث المقطبة المتعاكسة

$$(3, 4) \quad (e) \quad (-1, 0) \quad (b) \\ (0, -2) \quad (a) \quad (-5, 0) \quad (c)$$

حول المعادلات الركائزية إلى معادلات قطبية:

$$x^2 + y^2 = 6y \quad (٤) \quad x^2 + y^2 = 25 \quad (٥) \quad y = x + 1 \quad (٦)$$

حول المعادلات القطبانية إلى معادلات ركائزية:

$$r^2 = 5\sin(2\theta) \quad (٧) \quad r = \sec(\theta) \quad (٨) \quad 2r + r\cos\theta = 6 \quad (٩)$$

حول المعادلات القطبانية إلى معادلات ركائزية ثم نعرف على بياناته

$$r = 2\sin\theta \quad (٤) \quad 2r\cos\theta - 1 = 2\sin\theta \quad (٤)$$

$$r - r\cos\theta = 3 \quad (٤) \quad 2r - r\cos\theta = 6 \quad (٤)$$

$$r + 2r\cos\theta = 2 \quad (٥)$$

كارسون (٨-٣)

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$  معن المعادلة المقطبة

كارسون (٩-١) مساحة المثلثة المقطبة المبنية

$$r = 1 - \cos\theta \quad (٦) \quad \text{الواحدة في الربع الأول داخل المثلث} \quad (٦)$$

$$r = 1 + \sin\theta \quad (٧) \quad \text{داخل المثلث} \quad (٧)$$

$$r = 2 + 2\cos\theta \quad (٨) \quad \text{داخل المثلث} \quad (٨)$$

$$r = 1 + \sin\theta \quad (٩) \quad \text{داخل المثلث وخارج المثلث} \quad (٩)$$

$$r = 2 - 2\cos\theta \quad (١٠) \quad \text{خارج المثلث} \quad (١٠)$$

$$r = 4\cos\theta \quad (١١) \quad \text{بعد المثلثين} \quad (١١)$$

$$r = \sec\theta \quad (١٢) \quad \text{داخل المستوي} \quad (١٢)$$

