chapter

32 Inductance

32.1 Self-Inductance

32.2 *RL* CIRCUITS

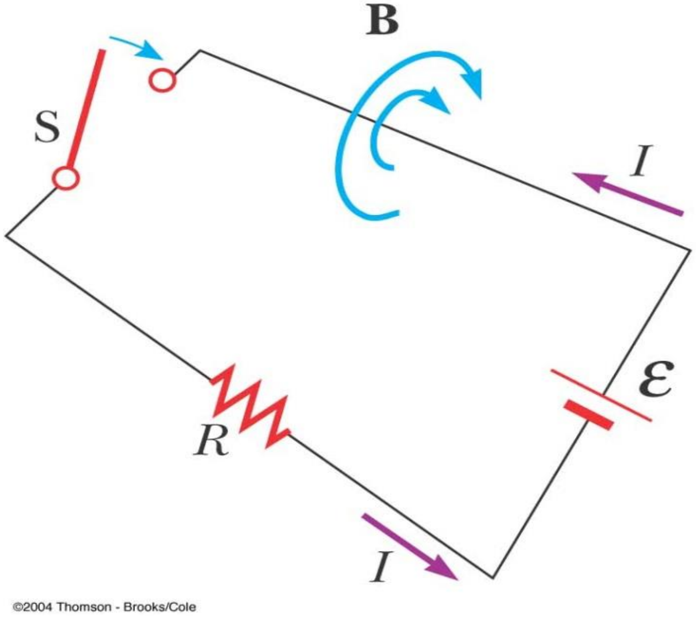
32.3 Energy in a Magnetic Field

Fig 32-CO, p.1003

32.1 SELF-INDUCTANCE

المُحاثة: **Inductance**

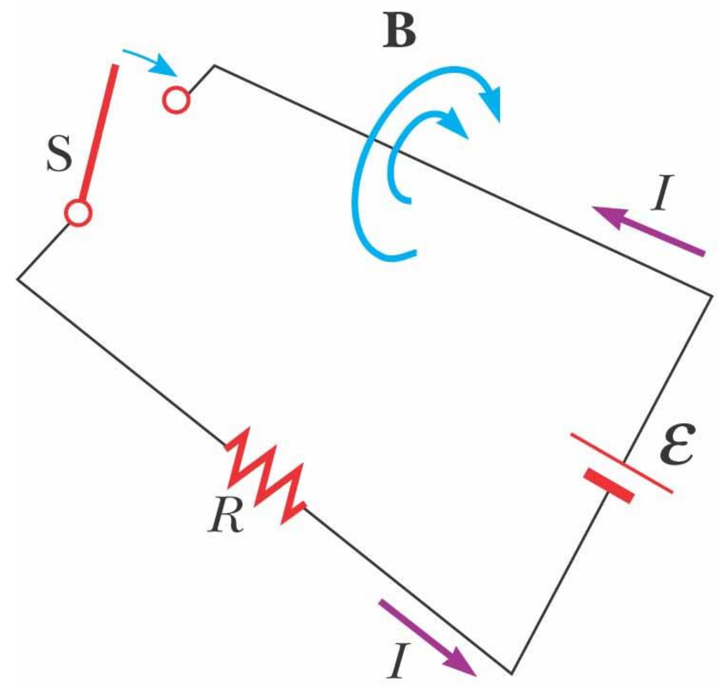
يعتبر الملف عنصر مهم من عناصر الحث الكهرومغناطيسي حيث يُحتث الملف بواسطة تغير المجال المغناطيسي فيتولد فيه تيار مُستحث (تاثيري).

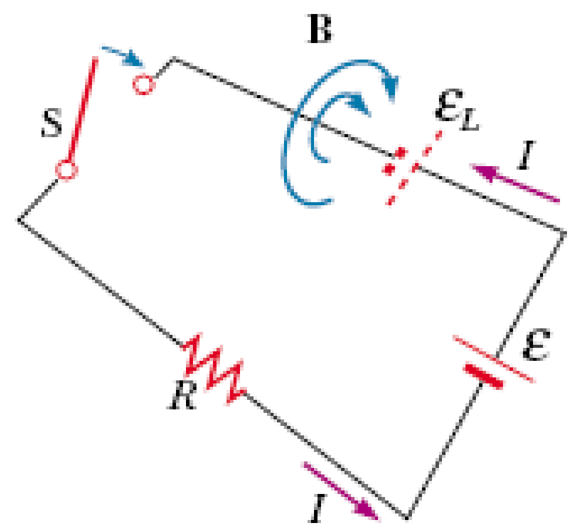


المُحاثة الذتية: Self-Inductance

إذا تغير التيار المار في ملف (كما بالشكل) مع مرور الزمن فإن المجال المغناطيسي الناتج عنه يتغير وبالتالي يتغير التدفق داخل الملف فيتولد داخل الملف قوه محركة كهربائية تأثيرية ذات ε_L ينتج عنها تيار كهربائي تأثيري ذاتي أي أن:

$$\varepsilon_L = -\frac{d\phi_B}{dt} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 1$$





حيث يتناسب التدفق المغناطيسي مع المجال المغناطيسي المسبب له والذي بدوره يتناسب مع التيار أي أن:

$$\phi_B = Li \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

$$L = \frac{\phi_B}{i} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 3$$

حيث L ثابت التناسب بين التدفق المغناطيسي والتيار ويسمى المُحاثة الذاتية للملف ويرمز له في الدوائر بالرمز  .
حيث تلعب المُحاثة دورا مشابها للدور الذي تلعبه المواسعة في الكهرباء.

وحدة قياس L هي هنري (Henry(H حيث ان :

1H=1Wb/A=1T.m^2/A

اذا كان الملف مكون من N لفة فإن:

$$L = \frac{\phi_B}{i} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 4$$

بما ان تغير التيار i مع الزمن هو المسبب لتغير B ومن ثم تغير التدفق المغناطيسي ϕ_B فمن مفاضلة المعادلة (1) نحصل على:

$$\frac{d\phi_B}{dt} = L\frac{di}{dt} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 5$$

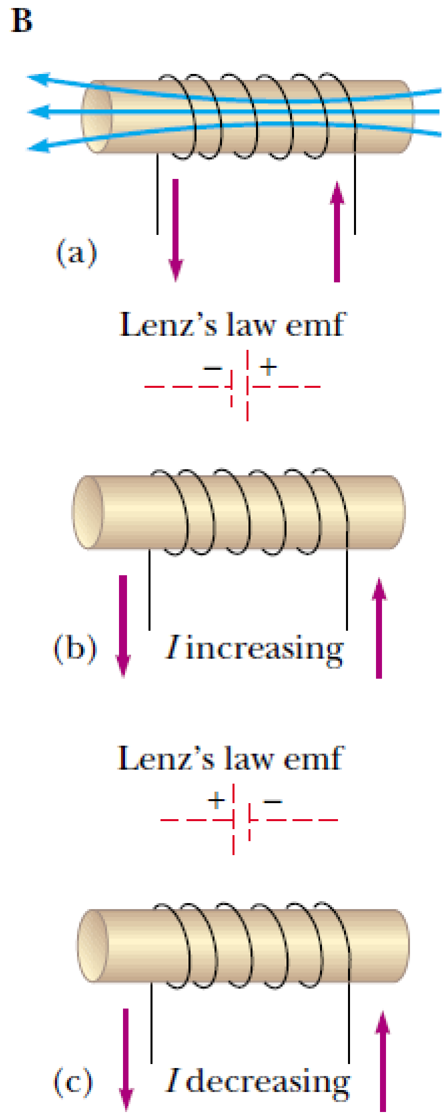
$$L = -\frac{\varepsilon}{di/dt} \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots 6$$

يُحدد اتجاه التيار ألتأثيري الذاتي بقانون لنز حيث يعاكس التيار التأثيري السبب الذي أدى إلى حدوثه كما بالشكل التالي:

١- في الشكل (a) يولد التيار في الملف مجالا مغناطيسيا اتجاهه داخل الملف إلى اتجاهه اليسار

٢- في الشكل (b) يزاد التيار الأصلي فيزداد التدفق المغناطيسي داخل الملف فيتولد قوه محرك تأثيرية ذاتيه كما بالشكل بحيث يكون اتجاه التيار ألتأثيري معاكس للتيار الأصلي.

٣- في الشكل (C) يتناقص التيار الأصلي فيتناقص التدفق المغناطيسي داخل الملف فيتولد قوه محرك تأثيرية ذاتيه كما بالشكل بحيث يكون اتجاه التيار ألتأثيري في نفس اتجاه التيار الأصلي.



حساب المُحاثة لملف لولبي:

EXAMPLE 32.1 **Inductance of a Solenoid**

Find the inductance of a uniformly wound solenoid having N turns and length ℓ. Assume that ℓ is much longer than the radius of the windings and that the core of the solenoid is air.

اوجد المُحاثة لملف لولبي مرصوص بانتظام يحتوي على N لفه وطوله l. افترض طوله أطول بكثير من نصف القطر لكل لفه وان الوسط داخل الملف هو هواء.

الحل:

يكون المجال المغناطيسي داخل الملف هو:

$$\mathbf{B} = \boldsymbol{\mu_0}\mathbf{ni} = \boldsymbol{\mu_0}\left(\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{l}}\right)i$$

حيث n هى عدد اللفات لكل وحدة طول و N هي عدد اللفات الكلي.

ويكون التدفق المغناطيسي $\emptyset_{\boldsymbol{B}}$ في الملف:

$$\emptyset_{\boldsymbol{B}} = BA = \boldsymbol{\mu_0}\left(\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{l}}\right)\boldsymbol{\mu_0}\left(\frac{\mathbf{N}}{\mathbf{l}}\right)i\mathbf{A}$$

والمُحاثة تعطى بالعلاقة:

$$\mathbf{L} = N\frac{\emptyset_B}{i} = \frac{N^2\,\mu_0\,\mathbf{A}}{\mathbf{l}}$$

$$\mathbf{L} = \mu_0 n^2 \mathbf{A}\,\mathbf{l} = \mu_0 n^2\,\mathbf{V}$$

حيث V هو حجم الملف $\mathbf{V} = \mathbf{Al}$

EXAMPLE 32.2 Calculating Inductance and emf

(a) Calculate the inductance of an air-core solenoid containing 300 turns if the length of the solenoid is 25.0 cm and its cross-sectional area is 4.00 cm^2.

أ- احسب المُحاثة لملف لولبي داخلة هواء يحتوي على 300 لفه وطوله 25cm ومساحة مقطعه 4cm2

Solution Using Equation 32.4, we obtain

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$$

$$= (4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T\cdot m/A})\,\frac{(300)^2(4.00 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2)}{25.0 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}}$$

$$= 1.81 \times 10^{-4}\,\mathrm{T\cdot m^2/A} = \boxed{0.181\,\mathrm{mH}}$$

(b) Calculate the self-induced emf in the solenoid if the current through it is decreasing at the rate of 50.0 A/s.

ب- احسب القوة الدافعة الذاتية المتولدة في الملف اذا كان التيار يتناقص خلال الملف بمعدل 50A/s

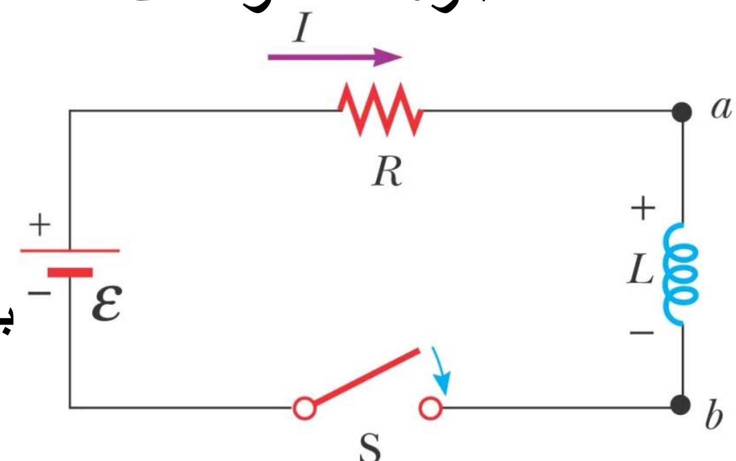
Solution Using Equation 32.1 and given that $dI/dt = -50.0$ A/s, we obtain

$$\mathcal{E}_L = -L\frac{dI}{dt} = -(1.81 \times 10^{-4}\text{ H})(-50.0\text{ A/s})$$

$$= \boxed{9.05\text{ mV}}$$

32.2 RL CIRCUITS

دائره محث ومكثف



بتطبيق قانون كرشوف الثاني الخاص بالمسار المغلق فإن:

$$\varepsilon - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

$$iR + L\frac{di}{dt} = \varepsilon$$

$$\varepsilon_L = -L\frac{dI}{dt}$$

$$\varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$

وهذه معادلة تفاضلية يمكن حلها عن طريق فصل المتغيرات ومن ثم اجراء التكامل:

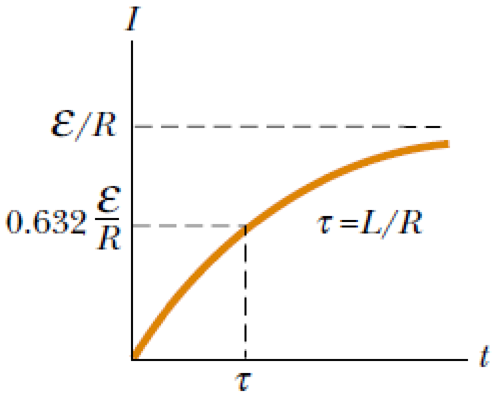
$$\mathbf{iR}dt + \boldsymbol{Ldi} = \boldsymbol{\varepsilon dt}$$

$$\boldsymbol{Ldi} = (\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{iR})\boldsymbol{dt}$$

$$\int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{i}} \frac{\boldsymbol{di}}{(\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{iR})} = \int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{t}} \frac{\boldsymbol{dt}}{\boldsymbol{L}}$$

$$-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{R}} \boldsymbol{ln} \frac{(\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{iR}}{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{t}{L}$$

$$\boldsymbol{ln} \frac{(\boldsymbol{\varepsilon} - \mathbf{iR}}{\boldsymbol{\varepsilon}} = -\frac{Rt}{L}$$



$$i = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

$$i = i_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

حيث يمثل i_0 قيمة التيار القصوى وتمثل $\tau = \frac{L}{R}$ مقدار ثابت يعرف بثابت الزمن الحثي ويمكن تعريفه بانه الزمن اللازم لنمو التيار اللحظي من صفر الى 0.63 من قيمته القصوى كما بالشكل.

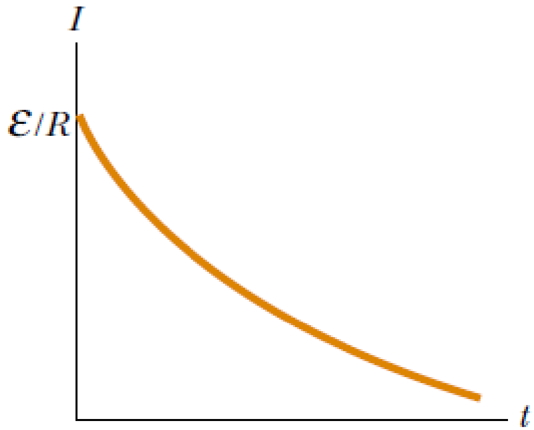
ما ذا يحدث عند إزالة مصدر الجهد ε ووصل طرفي الدائرة ببعضهما؟

في هذه االحاله سيكون $\boldsymbol{\varepsilon = 0}$ وبالتالي عند تطبيق قانون كرشوف الثاني سنجد:

$$\mathbf{iR} + \boldsymbol{L}\frac{\boldsymbol{di}}{\boldsymbol{dt}} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{iR}\boldsymbol{dt} + \boldsymbol{Ldi} = \mathbf{0}$$

$$\int_{i_0}^{\boldsymbol{i}} \frac{\boldsymbol{di}}{\boldsymbol{i}} = -\int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{t}} \frac{\mathbf{R}}{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{dt}$$



$$\boldsymbol{lni - lni_0 = -\frac{R}{L}t}$$

$$\boldsymbol{ln\frac{i}{i_0} = -\frac{R}{L}t}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow \frac{i}{i_0} = e^{-\frac{R}{L}t}}$$

$$\boldsymbol{i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

حيث يمثل $i_0 = \frac{\varepsilon}{R}$ **قيمة التيار القصوى**

وتسمى $\tau = \frac{L}{R}$ ايضا بالثابت الزمني الحثي للدائرة وهو الزمن اللازم لخفض التيار اللحظي الي **0.37** من قيمته القصوى i_0 كما بالشكل.

مثال :

وصلت مقاومة $R = 10\Omega$ وملف $\boldsymbol{L = 200mH}$ على التوالي لفترة طويلة مع بطارية القوه الدافعة لها $\varepsilon =$

احسب:

١-ثابت الزمن الحثي للدائرة ٢- قيمة التيار القصوى المار في الدائرة ٣- التيار اللحظي المار في الدائرة بعد ***10ms***

٤- القدرة الحرارية اللحظية المبددة في المقاومة بعد مرور ***10ms***

٥- اذا ١ أزيلت البطارية ثم وصل طرفي الدائرة ببعضهما فحسب الزمن اللازم لكي يضمحل التيار إلي نصف قيمته القصوى.

الحل:

-١

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{\mathbf{200 \times 10^{-3}}}{\mathbf{10}} = \mathbf{0.02}\boldsymbol{s} = \mathbf{20}\boldsymbol{ms}$$

-٢

$$i_0 = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\mathbf{12}}{\mathbf{10}} = \mathbf{1.2\ A}$$

-٣

$$i = i_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{12}{10}\left(1 - e^{-\frac{10}{20}}\right) = 0.5A$$

٤-

$$p = i^2\mathrm{R} = 0.5^2 \times 10 = 2.5\mathrm{W}$$

٥-

$$i = i_0 \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\tau}}$$

$$\frac{i_0}{2} = i_0 \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{20}}$$

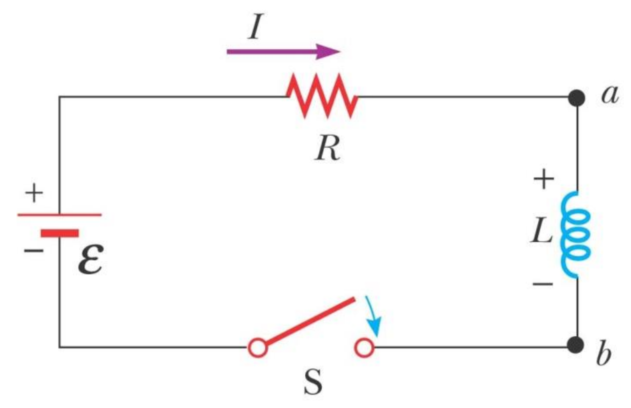
$$-\frac{t}{20} = ln0.5 = -0.69$$

$$\Longrightarrow t = 13.86ms$$

32.3 ENERGY IN A MAGNETIC FIELD

الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي:

عند توصيل مصدر قوة دافعة كهربائية ε مع ملف محاثته **L** فإنه بتطبيق قانون كرشوف الثاني نجد:



$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{iR} + \mathbf{L}\frac{\boldsymbol{di}}{\boldsymbol{dt}}$$

وبضرب طرفي المعادلة في $\boldsymbol{i}$ فإن:

$$\boldsymbol{\varepsilon} i = \boldsymbol{i}^2\boldsymbol{R} + \mathbf{L}\boldsymbol{i}\frac{\boldsymbol{di}}{\boldsymbol{dt}}$$

أي إن

الشغل الذي يبذله مصدر القوة الدافعة= معدل تبديد الطاقة الحرارية في المقاومة + معدل الطاقة المغناطيسية التي تختزن في المجال المغناطيسي للملف

$$\frac{dU_B}{dt} = \mathrm{L}i\frac{di}{dt}$$

$$dU_B = \mathrm{L}idi$$

وبمكاملة طرفي المعادلة السابقة فان:

$$\int_0^{U_B} dU_B = \mathrm{L}\int_0^{\mathrm{i}} idi$$

$$U_B = \frac{1}{2} i^2 \mathrm{L}$$

وهذه هي الطاقة المغناطيسية المخزونة في ملف مُحاثته **L** وهي تماثل ما وجدناه سابقا للطاقة الكهربائية المخزونة في مكثف سعته **C**.

$$U_E = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{q}^2}{\mathrm{C}}$$

الطاقة المغناطيسية المخزونة في ملف لولبي:

اذا كان لدينا ملف لولبي طوله ***l*** ومساحة مقطعة ***A*** وعدد لفاته ***N*** فإن :

$$\boldsymbol{L = \mu_0 N^2 A/l}$$

$$\boldsymbol{\Longrightarrow U_B = \frac{1}{2} i^2 L}$$

تكون الطاقة المغناطيسية المخزونة في الملف اللولبي هي:

$$\boldsymbol{\Longrightarrow U_B = \frac{1}{2} i^2 \mu_0 N^2 A/l}$$

وتكون كثافة الحجمية للطاقة المغناطيسية المخزونة في الملف اللولبي هي:

$$\Rightarrow u_B = \frac{\mathrm{U_B}}{\mathrm{V}} = \frac{\frac{1}{2} i^2 \mu_0 \mathrm{N}^2 \mathrm{A}/l}{\mathrm{A}l} = \frac{1}{2}\mu_0\left(\frac{\mathrm{N}^2}{l^2}\right) i^2$$

ولكن المجال المغناطيس داخل الملف اللولبي هو:

$$B = \mu_0 n i = \mu_0\left(\frac{N}{l}\right) i$$

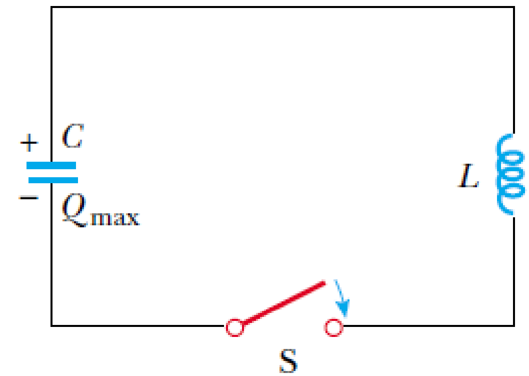
$$\Rightarrow u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$$

32.5 Oscillations in an *LC* Circuit

دائره محث ومكثف LC- Circuit

سنفترض هنا إن المحث ليس له مقاومه رغم أن هذا عمليا غير صحيح لان كل ملف مكون من أسلاك وبالتالي سيكون له مقاومه

ولكن سيتم الحديث عن تأثير مقاومة الملف في دائرة ***RLC***.



إذا كان المكثف مشحون في البداية ويحمل احد لوحيه شحنة موجبة والأخر شحنة سالبة وعند غلق الدائرة كما بالشكل يتفرغ المكثف تدريجيا ويمر بالملف تيار كهربائي ويزداد حتى يصل قيمته العظمى وعندها تتحول كل الطاقة الكهربائية التي كانت مخزونة في المكثف إلى طاقة مغناطيسية مخزونة في الملف.

نتيجة للتغير الحاصل في التيار الكهربائي خلال الملف يتغير المجال المغناطيسي وبالتالي تتولد قوة محركة تأثيرية ذاتية في الملف ينتج عنها تيار تأثيري ذاتي يؤدي إلى إعادة شحن المكثف ولكن عكس شحنته الأصلية وعند إتمام عملية الشحن تتحول الطاقة المغناطيسية في الملف إلى طاقة كهربائية في المكثف وتستمر هذه العملية إلى مالا نهاية إذا لم يوجد ما يبدد هذه الطاقة على شكل حرارة ولذلك تسمى هذه الدائرة بالدائرة المتذبذبة أو دائرة الرنين وهي تشبه تذبذب البندول البسيط.

يمكن حساب تردد الدائرة f أي عدد مرات تبادل الطاقة في الثانية بين **L** و**C** بتطبيق قانون كرشوف الثاني حيث نجد:

$$L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}=0 \qquad \dots\dots\dots.1$$

ولكن

$$i=\frac{dq}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{LC}=0 \qquad \dots\dots\dots\dots\dots.2$$

وهذه معادلة تفاضلية حلها هو:

$$q=q_0\cos\omega t \qquad \dots\dots\dots\dots\dots\dots.3$$

ويكون التيار :

$$i=\frac{dq}{dt}=-\omega q_0\sin\omega t=i_0 sin\omega t \qquad \dots\dots.4$$

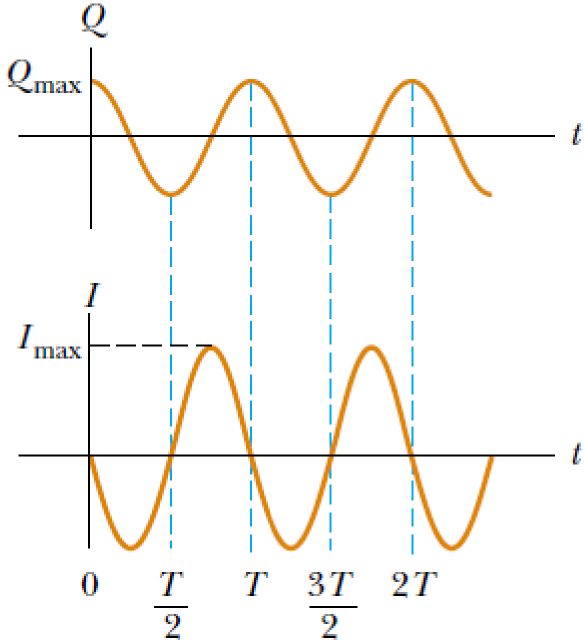
حيث(q_{max}) q_0 هي اقصى شحنة للمكثف

q هي شحنة المكثف عند أي لحظة زمنية

ω التردد الزاوي والذي يساوي $2\pi f$ حيث f هو التردد

(i_{max}) i_0هواقصى تيار يمكن أن يمر بالدائرة حيث $i_0 = -\omega q_0$

i هوالتيار المار عند أي لحظة زمنية وهو تيار متردد تتغير قيمته واتجاهه كما بالشكل.



مثال :

وصل مكثف سعته $\boldsymbol{18\mu F}$ مع بطاريه جهدها $\boldsymbol{10V}$ حتى شحن المكثف تماما ثم ازيلت البطارية ووصل طرفا المكثف مع ملف محاثته ***5.6mH*** اوجد :

١-تردد الدائرة ٢- الشحنة القصوى على المكثف ٣- اقصى تيار يمر في الدائرة ٤- التيار المار في الدائرة عند أي لحظة ٥- شحنة المكثف عند أي لحظة ٦- الطاقة القصوى التي يمكن تخزينها في الدائرة ٧- مثل بيانيا الطاقة المخزونة في المكثف والملف مع مرور الزمن.

الحل:

-١

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$= \frac{1}{2 \times 3.14\sqrt{5.6 \times 10^{-3} \times 18 \times 10^{-12}}} = 502\ kHZ$$

-٢

$$q_0 = C\varepsilon = 18 \times 10^{-12} \times 10 = 1.8 \times 10^{-10} C$$

-٣

$$i_0 = \omega q_0 = 2\pi f q_0$$

$$= 2 \times 3.14 \times 502 \times 10^{3} \times 1.8 \times 10^{-10}$$

$$= 5.68 \times 10^{-4} A = 568 \mu A$$

٤-

$$i = -\omega q_0 \, sin\omega t = -5.68 \times 10^{-4} sin\omega t$$

٥-

$$q = q_0 \, cos\, \omega t = \, 1.8 \times 10^{-10} cos\, \omega t$$

٦- الطاقة العظمى المختزنة بالدائرة= الطاقة العظمى المختزنة في المكثف = الطاقة العظمى المختزنة في الملف

$$\Rightarrow U_B = \frac{1}{2} i_0^2 \mathrm{L}$$

$$= \frac{1}{2} \times \, 5.6 \times 10^{-3} (5.68 \times 10^{-4})^2 \, = 9 \times 10^{10} \mathrm{J}$$

او :

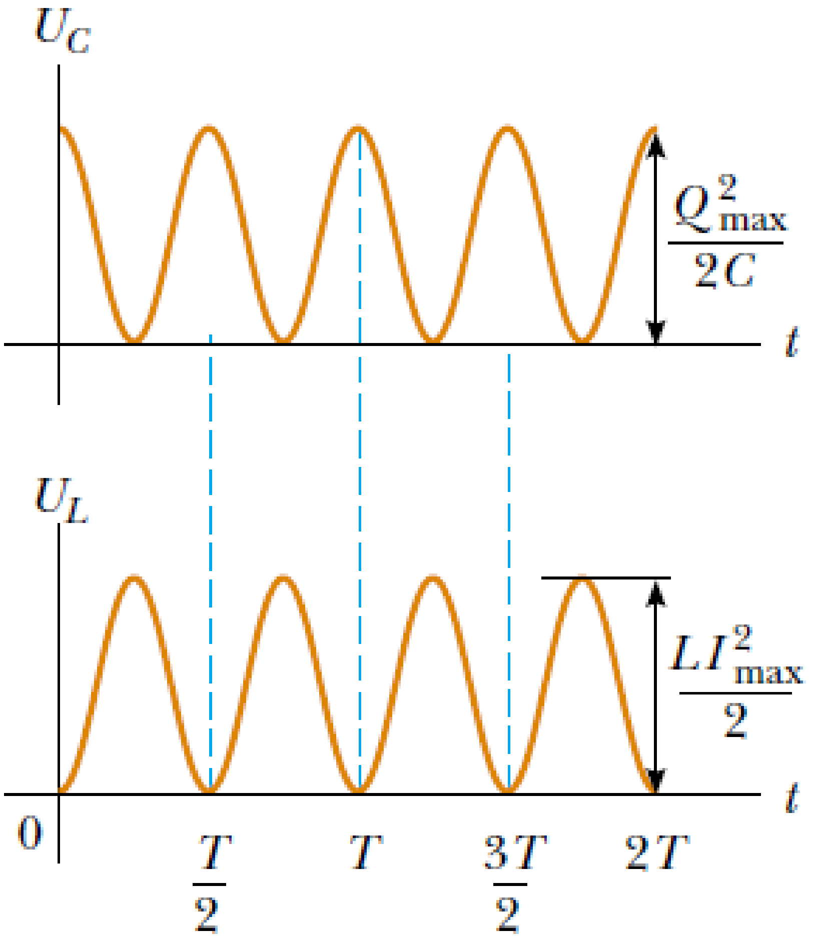
$$\Rightarrow U_E = \frac{1}{2} \frac{\mathrm{q}_0^2}{\mathrm{C}} = \, 9 \times 10^{10} \mathrm{J}$$

٧- تعطى الطاقة المخزونة في الملف والمكثف كما يلي:

$$U_L = \frac{1}{2}\mathrm{L}\mathrm{i}^2 = \frac{1}{2}\mathrm{L}\, i_0^2 sin^2 \omega t$$

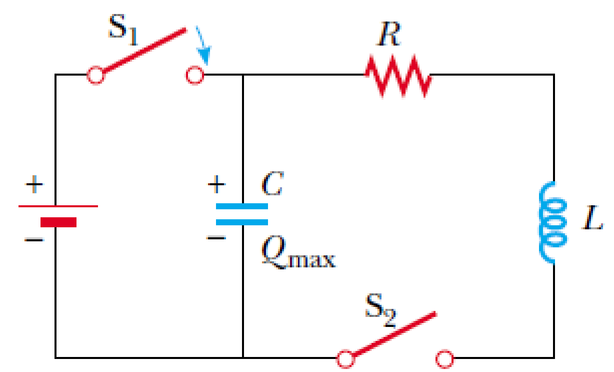
$$U_C = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{q}^2}{\mathrm{C}} = \frac{q_0^2}{2\mathrm{C}} cos^2\, \omega t$$

وهذه المعادلتان ممثلتان بالشكل المجاور فعندما تكون U_L أقصى مايمكن تكون U_C اقل ما يمكن والعكس صحيح.


U_C
$\frac{Q_{max}^2}{2C}$
t
U_L
$\frac{LI_{max}^2}{2}$
t
0
$\frac{T}{2}$
T
$\frac{3T}{2}$
$2T$

32.6 The *RLC* Circuit

دائرة مقاومة ومحث ومكثف RLC- Circuit



في دائرة *LC* تم إهمال المقاومة لأنها تعمل على تخميد التذبذب. ولكن من الناحية العملية لابد من وجود مقاومة في الدوائر الكهربائية والتي تتمثل في أسلاك التوصيل وأسلاك الملف فإذا اعتبرنا المقاومة الكلية في دائرة *LC* هي *R* فإن الدائرة تصبح *RLC* كما بالشكل حيث لو كان المكثف مشحون في البداية فإن المقاومة تقوم بتبديد جزء من الطاقة الكهربائية على شكل حرارة ولذلك فإن الطاقة المغناطيسية في الملف سوف تتناقص تدريجيا ولذلك فإن *R* تقوم بتخميد تذبذب الدائرة بشكل تدريجي.

بتطبيق قانون كرشوف الثاني على دائرة RLC الموضحة بالشكل فإن:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = 0$$

وحيث ان التيار $i = \frac{dq}{dt}$ فإن:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

وهذه معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية يعطي حلها الشحنة q بدلالة الزمن ولها ثلاثة حلول :

١-عندما تكون *R=0* تتحول الدائرة *LC* كما سبق أي ان :

$$q = q_0 \cos \omega t$$

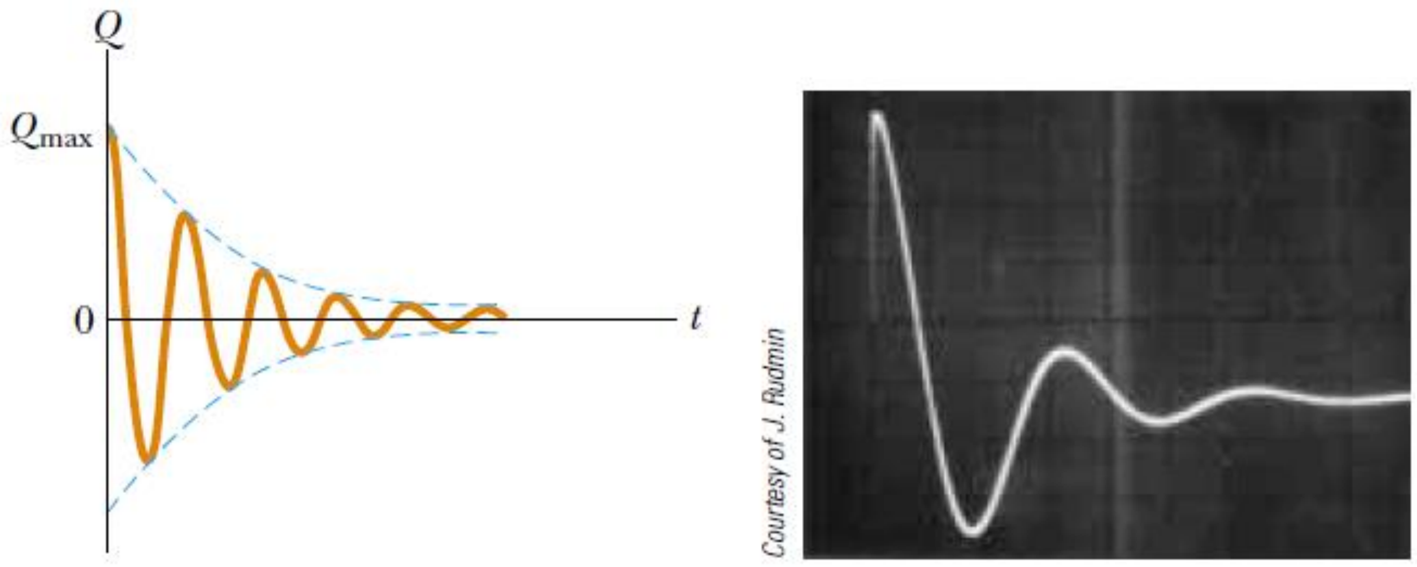
٢-عندما تكون $R^2 < \frac{4L}{C}$ تسمى هذه الحالة التخميد الخافت (***underdamped oscillation***) ويكون الحل هو:

$$q = q_0\, e^{-Rt/2L} \cos\ t/\sqrt{LC}$$

والعامل $e^{-Rt/2L}$ هو الذي يؤدي اضمحلال الشحنة بانتظام مع مرور الزمن كما بالشكل

١-عندما تكون $\frac{4L}{C} < R^2$ تسمى هذه الحالة التخميد الفائق (*overamped oscillation*) حيث تتبدد الطاقة بشكل هائل في المقاومة قبل أن تتذبذب بين الملف والمكثف وإذا كانت $\frac{4L}{C} \ll R^2$ فان الدائرة تتحول وكأنها مكثف يتم تفريغه خلال المقاومة وبالتالي يكون الحل هو:

$$q = q_0\, e^{-t/RC}$$



(a) (b)

Active Figure 32.23 (a) Charge versus time for a damped *RLC* circuit. The charge decays in this way when $R > \sqrt{4L/C}$. The Q-versus-t curve represents a plot of Equation 32.31. (b) Oscilloscope pattern showing the decay in the oscillations of an *RLC* circuit.

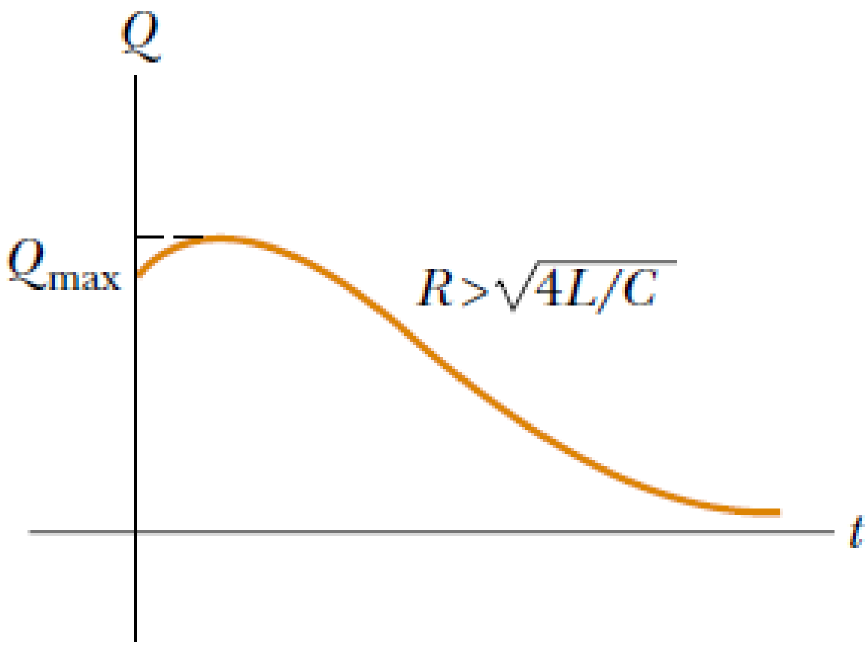


Figure 32.24 Plot of Q versus t for an overdamped RLC circuit, which occurs for values of $R > \sqrt{4L/C}$.

مثال :

وصل على التوالي ملف محاثته **20mH** ومقاومة 2Ω فجأه على التوالي مع مكثف سعته $2.2\mu F$ مشحون من مصدر جهد قدره **12V** /حسب:

١-اثبت ان هذه الدائرة ستتذبذب

٢- ما الزمن اللازم لكي تتناقص الشحنة الابتدائية على المكثف الى النصف.

الحل:

١- شرط التذبذب هو $R^2 < \frac{4L}{C}$

$$\frac{4L}{C} = \frac{4 \times 20 \times 10^{-3}}{2.2 \times 10^{-6}} = 36364\ \Omega^2$$

وهذه اكبر بكثير من قيمه $\mathbf{R^2 = 4}$ ولذلك فإن الدائرة ستتذبذب

٢-

$$q = q_0\, e^{-Rt/2L} \cos\ t/\sqrt{LC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} q_0 = q_0\, e^{-Rt/2L}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-2t/2\times 20\times 10^{-3}}$$

$$t \approx 14ms$$