جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك

مقرر 210 فيز

د. ناصر بن صالح الزايد

nalzayed@ksu.edu.sa

المحاضرة رقم: 4

مثال توضيح للمفاهيم الأساسية لعلاقات الموقع، السرعة والتسارع

- مثال: يتحرك جسم ما بسرعة وفق العلاقة التالية: $v_x=(40-5t^2)$ m/s على طول محور x .
- (أ) احسب متوسط التسارع خلال الفترة الزمنية t = 0 to t= 2.0 s.

- الحل: تم توضيح الحل على اليسار.
  1. كتابة المعادلة المطلوبة
  2. التعويض في الكميات الداخلة في المعادلة
  3. حساب المطلوب النهائي.

نلاحظ أن متوسط التسارع سالبا.

$$\because\ \bar{a}_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} = \frac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A}$$

$$\because\ v_x(t) = 40 - 5t^2$$

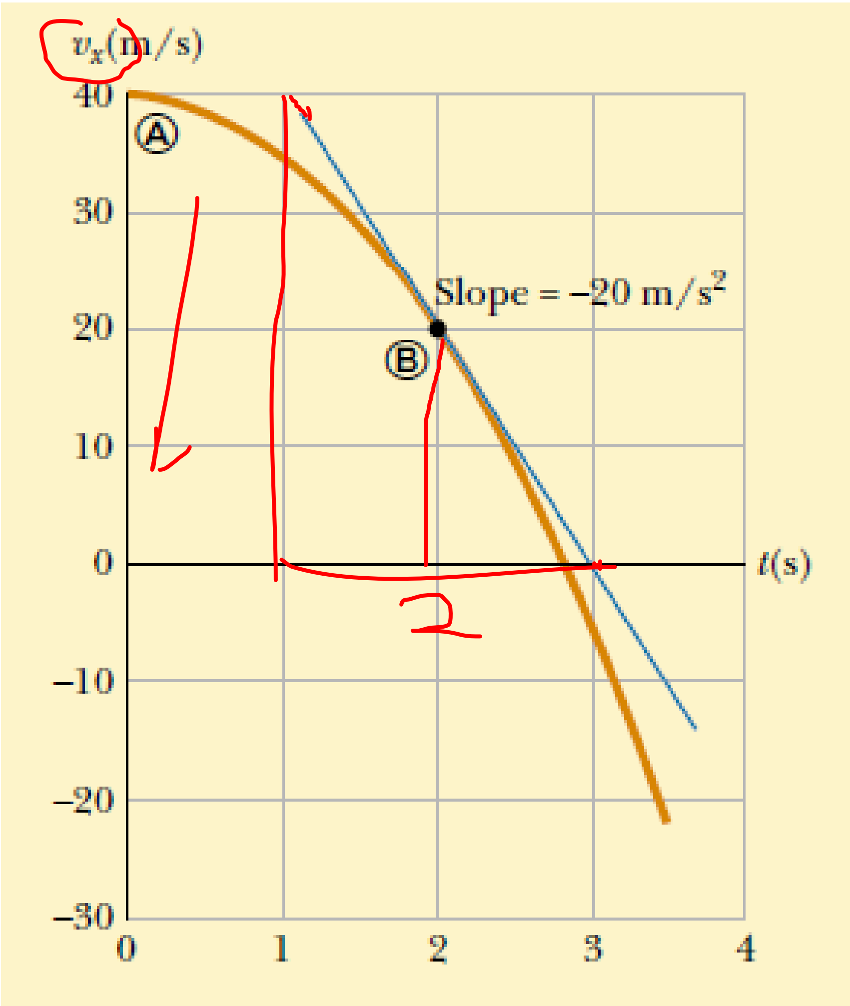
$$\therefore\ v_{xB} = v_x(2) = 40 - 5(4) = 20\ m/s$$

$$and\ \ v_{xA} = v_x(0) = 40 - 5(0) = 40\ m/s$$

$$\Rightarrow\ \bar{a}_x = \frac{20 - 40}{2 - 0} = -10\ m/s^2$$

- (ب) احسب التسارع عند اللحظة الزمنية t = 2 s.

مثال توضيح للمفاهيم الأساسية لعلاقات الموقع، السرعة والتسارع



$$\because\ v_x(t) = 40 - 5t^2$$

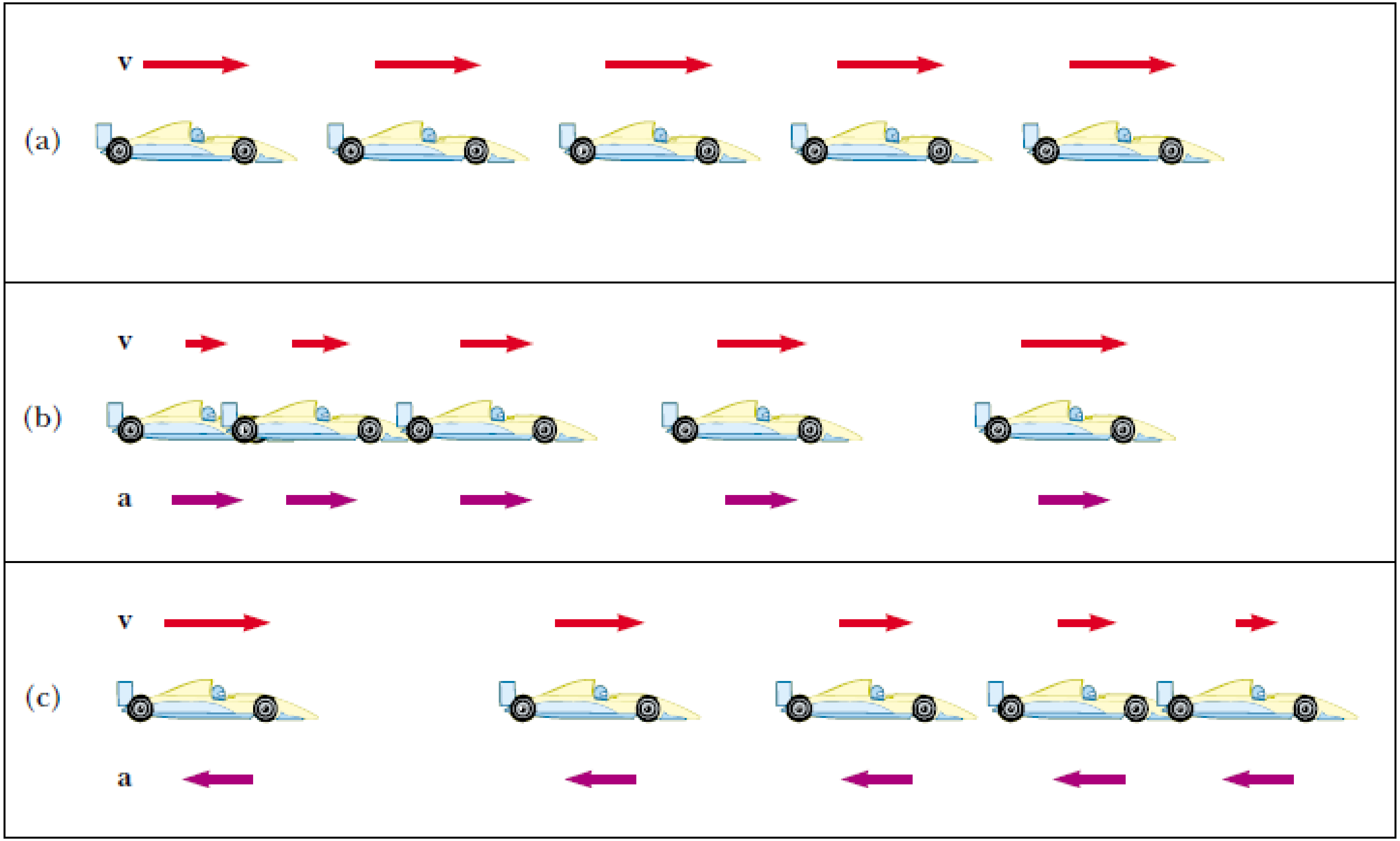
$$\because\ a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} \qquad -\frac{40}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_x(t) = -10\,t}$$

$$\therefore\ a_x(2) = -10(2) = -20\ m/s^2$$

- **الحل**: تم توضيح الحل في الأعلى.
- لاحظ أن التسارع اللحظي مختلف عن متوسط التسارع المعطى في الفقرة السابقة. وهذا يؤكد أهمية استخدام التسارع اللحظي وليس متوسط التسارع.

Motion Diagrams الأشكال التوضيحية للحركة



1-D motion at Const Acc. الحركة في بعد واحد وبتسارع ثابت

في المسائل ذات التسارع المتغير مع الزمن، يصبح الحل معقدا وصعبا، وسوف نقتصر هنا على الحالات التي يكون فيها التسارع ثابتا مع الزمن، وفي هذه الحالة نلاحظ أن التسارع اللحظي هو نفسه متوسط التسارع ولذلك فسوف نستخدم نفس معادلة متوسط التسارع ولكن بدون علامة المتوسط:

$$\because\ a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}\ or\ = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t}$$

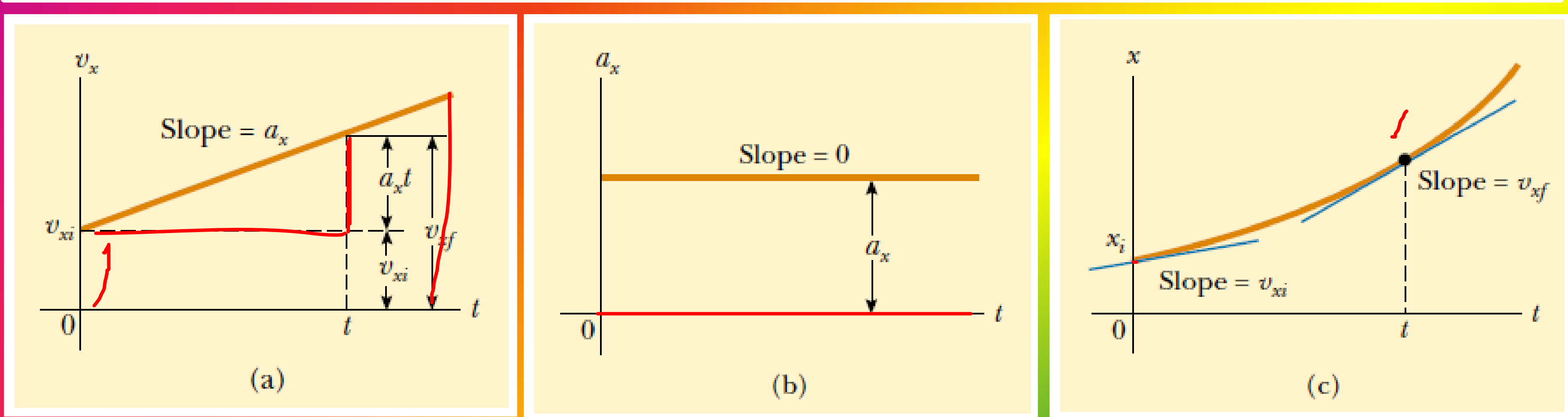
$$\Rightarrow\ \boxed{v_{xf} = v_{xi} + a_x t} \qquad (2.8)$$

if $a_x = 0 \longrightarrow V_{xf} = V_{xi}$

لاحظ أن تفاضل هذه المعادلة مرة واحدة بالنسبة للزمن يعطي مباشرة معادلة التسارع اللحظي: $a_x = dv_x/dt$.

لذلك فأن رسم العلاقة بين السرعة في اتجاه x والزمن يعطي خطا مستقيما مائلا إلا في حالة كون التسارع يساوي الصفر، وميل هذا الخط يمثل التسارع، انظر الشكل القادم

1-D motion at Const Acc. الحركة في بعد واحد وبتسارع ثابت



شكل (a) يمثل الرسم البياني للسرعة كدالة في الزمن عندما يكون التسارع ثابتا. لاحظ أن ميل الخط يمثل التسارع.

شكل (b) يمثل الرسم البياني للتسارع كدالة في الزمن. لاحظ أنه خط مستقيم أفقي ثابت بالنسبة للزمن.

شكل (c) ويوضح الموقع بالنسبة للزمن لنفس الحركة. لو كان التسارع يساوي صفرا فأن الخط سوف يكون مستقيما مائلا. ودائما يمثل ميل المماس في اية لحظة السرعة في تلك اللحظة (السرعة اللحظية).

الحركة في بعد واحد وبتسارع ثابت. اشتقاق المعادلة الثانية للحركة

سوف نقوم باشتقاق معادلة أخرى للحركة المنتظمة.
حيث أن السرعة تتزايد بشكل منتظم وفي نفس الاتجاه، أذن (وفي هذه الحالة فقط) فيمكن كتابة متوسط سرعتين كما يلي:

$$\bar{v}_x = \frac{v_{xf} + v_{xi}}{2} \qquad (2.9)$$

مرة أخرى، معادلة (2.9) تصلح فقط في حالة التسارع الثابت (تسارع ليس دالة في الزمن).

نقوم الآن باشتقاق المعادلة الثالثة للحركة في خط مستقيم.
بتذكر اننا نتحدث عن الحركة عند تسارع ثابت وفي خط مستقيم، فنبدأ من المعادلة السابقة (2.2) مع استبدال Δt بـ t ونحل بذلك على المعادلة المطلوب بعد التعويض من المعادلة (2.8) أعلاه:

الحركة في بعد واحد وبتسارع ثابت. اشتقاق المعادلة الثالثة للحركة

$$\because \bar{v}_x = \frac{x_f - x_i}{\Delta t} \quad (2.2)$$

$$let : \Delta t \rightarrow t \; and \;\; rearrange \quad (2.2)$$

$$\Rightarrow \; x_f - x_i = \bar{v}_x t$$

$$from \;\; (2.9): x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \qquad (a = const.) \qquad (2.10)$$

$$from \;\; (2.8) \, in \, (2.10) \;\; for \; v_{xf} \;:$$

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xi} + a_x t)t = \frac{1}{2}(2v_{xi}) + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$\Rightarrow \; \boxed{x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2} \qquad (2.11)$$

الحركة في بعد واحد وبتسارع ثابت. اشتقاق المعادلة الرابعة للحركة

$$\because \quad x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t \qquad (2.10)$$

$$\because \quad v_{xf} = v_{xi} + a_x t \qquad (2.8)$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}$$

$$\therefore \ (2.10) \Rightarrow :$$

$$x_f - x_i = \frac{1}{2}\left(v_{xf} + v_{xi}\right)\left[\frac{v_{xf} - v_{xi}}{a_x}\right]$$

$$\Rightarrow \quad x_f - x_i = \frac{v_{xf}^2 - v_{xi}^2}{2a_x}$$

$$\Rightarrow \quad v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i) \qquad (2.12)$$

الحركة في بعد واحد وبتسارع ثابت. تلخيص المعادلات الأربع

TABLE 2.2 Kinematic Equations for Motion in a Straight Line Under Constant Acceleration

Equation	Information Given by Equation
1 $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$	Velocity as a function of time
2 $\boxed{x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t}$	Displacement as a function of velocity and time
3 $x_f - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Displacement as a function of time
$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$	Velocity as a function of displacement

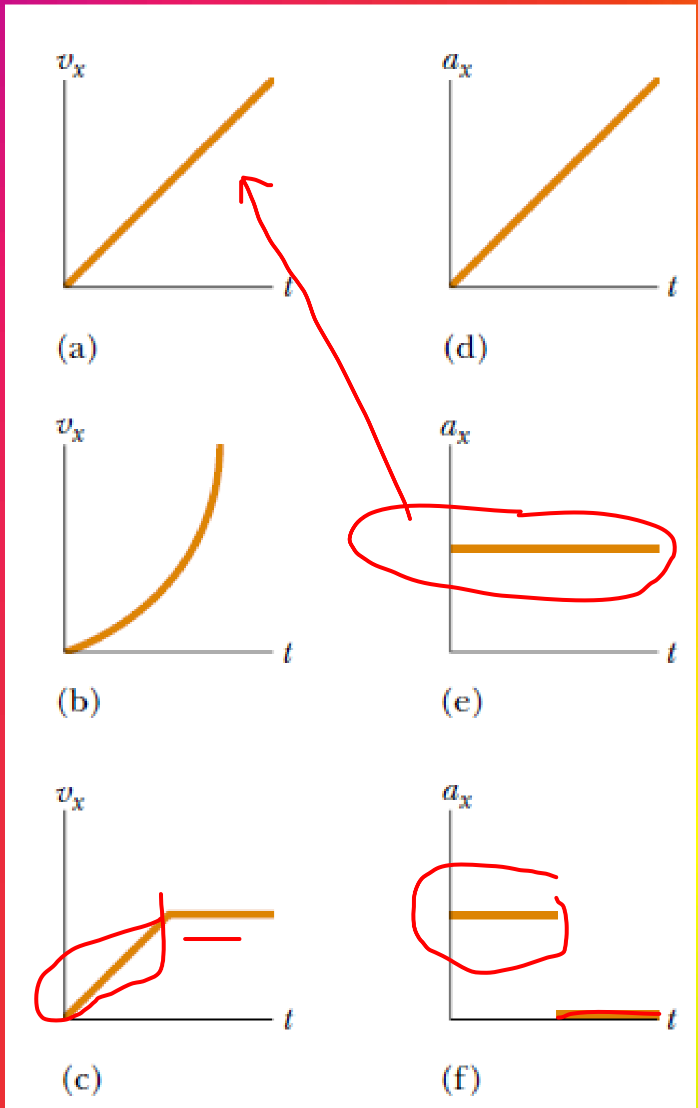
هذه المعادلات الأربع صحيحة وقابلة للتطبيق فقط في حالة كون التسارع ثابتا مع الزمن $a_x =$ *constant* .

يمن حل أية مسائل للحركة في خط مستقيم تحت تسارع ثابت باستخدام واحدة أو أكثر من هذه المعادلات.

يطلق على الحركة التي تتسم بهذه السمات: **الحركة المنتظمة**.

للتسهيل، يمكن جعل x_i في المعادلات 3 و 4 صفرا إلا إذا لزم الأمر غير ذلك.

كويز توضيحي



كويز: الشكل المجاور يعرض ثلاث صور مختلفة من أشكال السرعة – الزمن $v_x - t$ معلمة بالحروف: (a), (b) and (d) على الترتيب.

ويوجد كذلك ثلاث رسومات للتسارعات المقابلة لهذه السرعات ولكن مخلوطة.

المطلوب: اختيار شكل التسارع الصحيح المقابل لكل رسم سرعة – زمن.

حل الكويز:

(a) يقابله (e) والسبب أن منحنى السرعة صاعد بشكل منتظم، أي أن التسارع ثابت مع الزمن

(b) يقابله (d) والسبب أن منحنى السرعة يزداد انحناء مع الزمن (التسارع متغير مع الزمن)

(c) يقابله (f) هناك تسارع ثابت ثم يساوي الصفر

مثال تطبيقي 2.7

مثال: 2.7

تقوم طائرة حربية نفاثة بالهبوط على ظهر حاملة طائرات بسرعة مقدارها 63 m/s .

(أ) ما هو تسارع الطائرة إذا علمت بأنها تتوقف خلال فترة 2 s .

(ب) احسب إزاحة الطائرة أثناء عملية التوقف على ظهر البارجة.

الحل: نقوم أولا بكتابة المعطيات، ثم نقوم بكتابة المطلوب، ثم نقوم بالحل:

$$v_{xi} = 63 m/s, v_{xf} = 0 m/s, t = 2 s .$$

(a) find a_x (b) find Δx

$$(a) \text{ from } : v_{xf} = v_{xi} + a_x t \Rightarrow a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t} = \frac{0 - 63\ m/s}{2\ s} = -31.5\ m/s^2$$

$$(b) \text{ from } \because x_f - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t = \frac{1}{2}(63 + 0)2 = 63\ m$$

$$\text{or from } : x_f - x_i = v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2 = (63)(2) + 0.5(-31.5)(4)$$

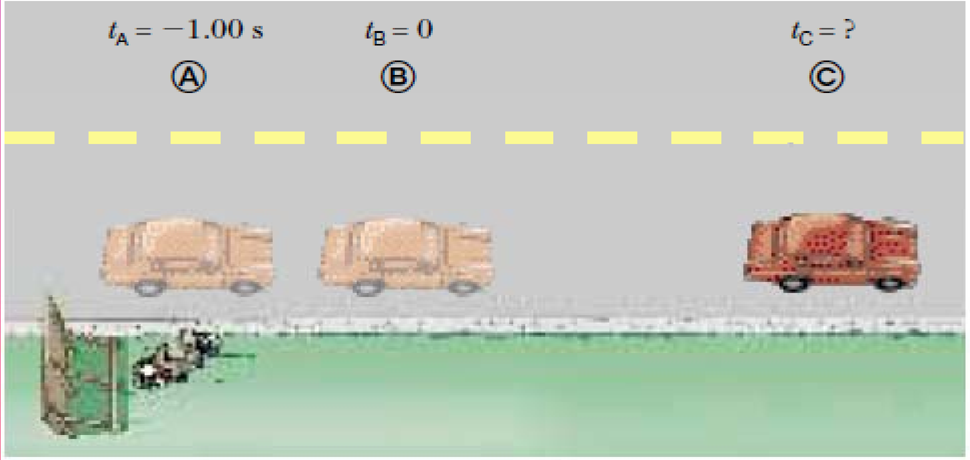
$$= 126 - 63 = 63\ m$$

مثال تطبيقي 2.8

مثال: 2.8 : تتحرك سيارة بسرعة ثابتة مقدارها 45 m/s ومرت بالقرب من دورية المرور. بعد مرور ثانية وحدة فقط، تحركت سيارة الدورية للامساك بالسيارة حيث كان تسارع سيارة الدورية هو $3.0\ m/s^2$.
كم الزمن اللازم للوصول للسيارة المسرعة؟

الحل: حيث أن تسارع سيارة الدورية يتم بتسارع ثابت، فإذن هذه المسالة يمكن حلها باستخدام معادلات الحركة المنتظمة.
وحيث أن $v_{xf}=v_{xi}+at$ فأن سيارة المرور سوف تصل إلى سرعة 45 m/s بعد مرور:
وبالحل نجد أن $45 = 0 + 3.0\ (t)$ ذلك الزمن يساوي 15 ثانية إضافة إلى الثانية قبل التحرك (أي 16 ثانية).
ولكن خلال هذه الفترة تكون السيارة قد تحركت بعيدا عن الدورية.
إذن تحتاج الدورية أن تواصل تسارعها من أجل اللحاق بالسيارة.
من أجل الحل: سوف نقوم بالرمز للسيارة بـ B والدورية: A ومكان الالتقاء C، ونعتبر أن موقع الدورية يمثل النقطة 0 على محور السينات.

مثال تطبيقي 2.8



لاحظ أنه بعد مرور ثانية واحدة في البداية وقبل تحرك الدورية قطعت السيارة مسافة 45 m بالضبط.

$$v_{xB} = 45\ m/s\ , a_x = 0\ m/s^2\ , v_{xiA} = 0\ m/s, a_{xA} = 3.0\ m/s^2$$

$$t_B = 0\ s\ , t_A = -1.0\ s\ , t_c = ?\ \ [At\ 0\ m\ on\ x-axis\ ]$$

After t_c the car is at : $x_B = 45 + 45\,t_c$ (1)

After t_c the plice car is at : $x_{fA} = x_{iA} + v_{xiA}t_c + \frac{1}{2}a_{xA}t_c^2$ (2)

$$\because x_{fA} = x_B \rightarrow x_{iA} + v_{xiA}t_c + \frac{1}{2}a_{xA}t_c^2 = 45 + 45\,t_c$$

$$\rightarrow 0 + 0 + \frac{1}{2}(3)t_c^2 = 45 + 45\,t_c \Rightarrow 1.5t_c^2 - 45\,t_c - 45 = 0$$

$$Solving\ \ : t_c = 31\ s$$