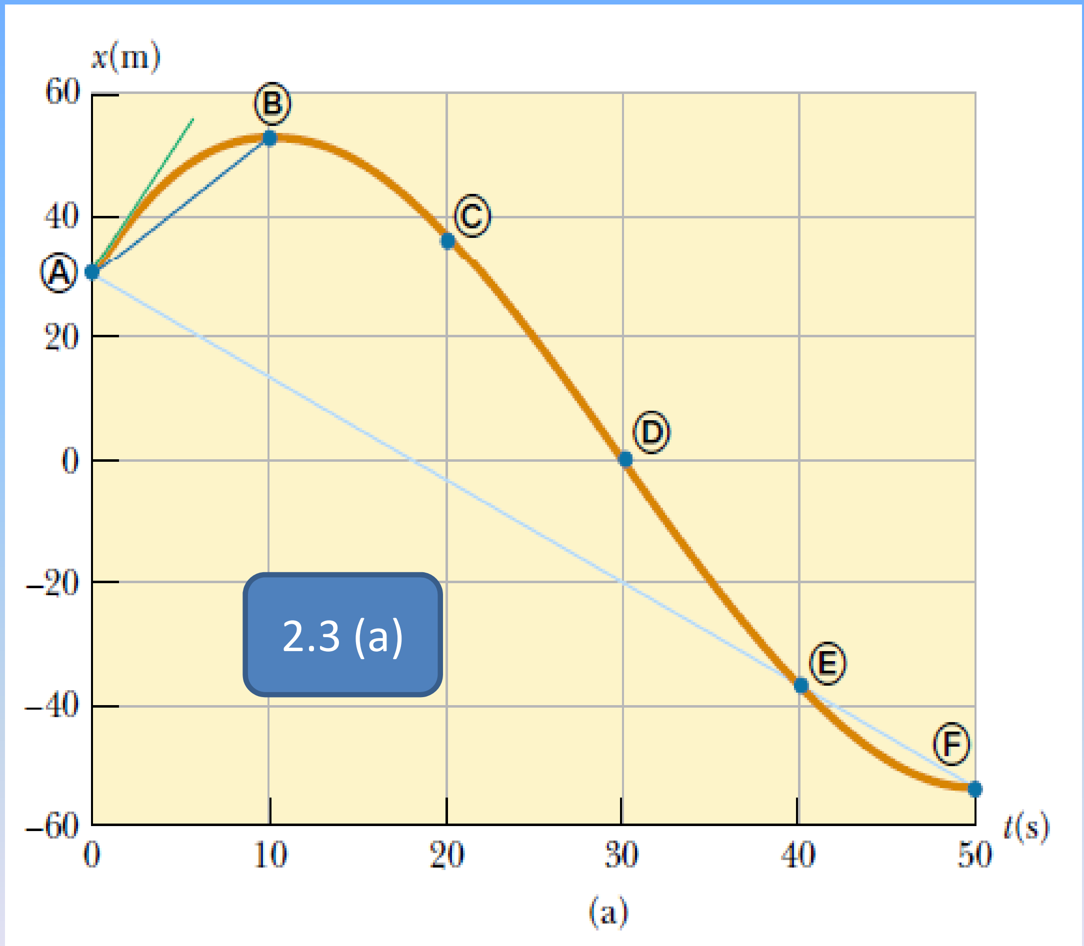
جامعة الملك سعود
كلية العلوم
قسم الفيزياء والفلك

مقرر 210 فيز

د. ناصر بن صالح الزايد
nalzayed@ksu.edu.sa

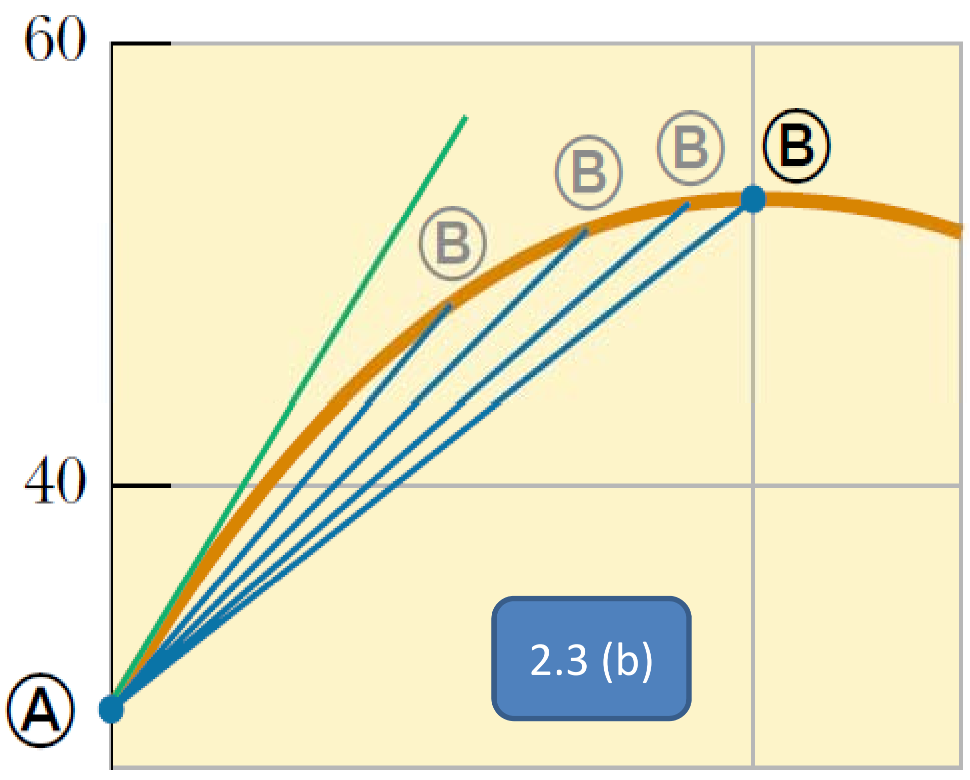
المحاضرة رقم: 3

السرعة المتجهه والقياسية اللحظيتان



- الشكل المبين على اليسار هو نفسه الشكل السابق لحركة السيارة.
- تتنقل السيارة في المحطات المبينة مغيرة اتجاهها من الموجب في الفترة من *A* إلى *B* ثم الاتجاه السالب بقية الحركة.
- كما هو واضح تتوقف السيارة لحظيا عند النقطة *B*
- كذلك يتضح أن سرعة السيارة تتناقص قبيل الوصول إلى المحطة *F*

السرعة المتجهه والقياسية اللحظيتان



(b)

- الشكل على اليسار هو جزء من الشكل السابق مكبر.
- لاحظ المماس عند النقطة A والخط الواصل بين A و B كيف يقتربان من بعض كلما اقتربت B من A .
- أن معنى اقتراب B من A هو تقليل الفترة الزمنية بين النقطتين تدريجيا حتى تصبح قريبة جدا من الصفر عند شبه تطابق النقطتين مع بعضهما.

السرعة المتجهة والقياسية اللحظيتان

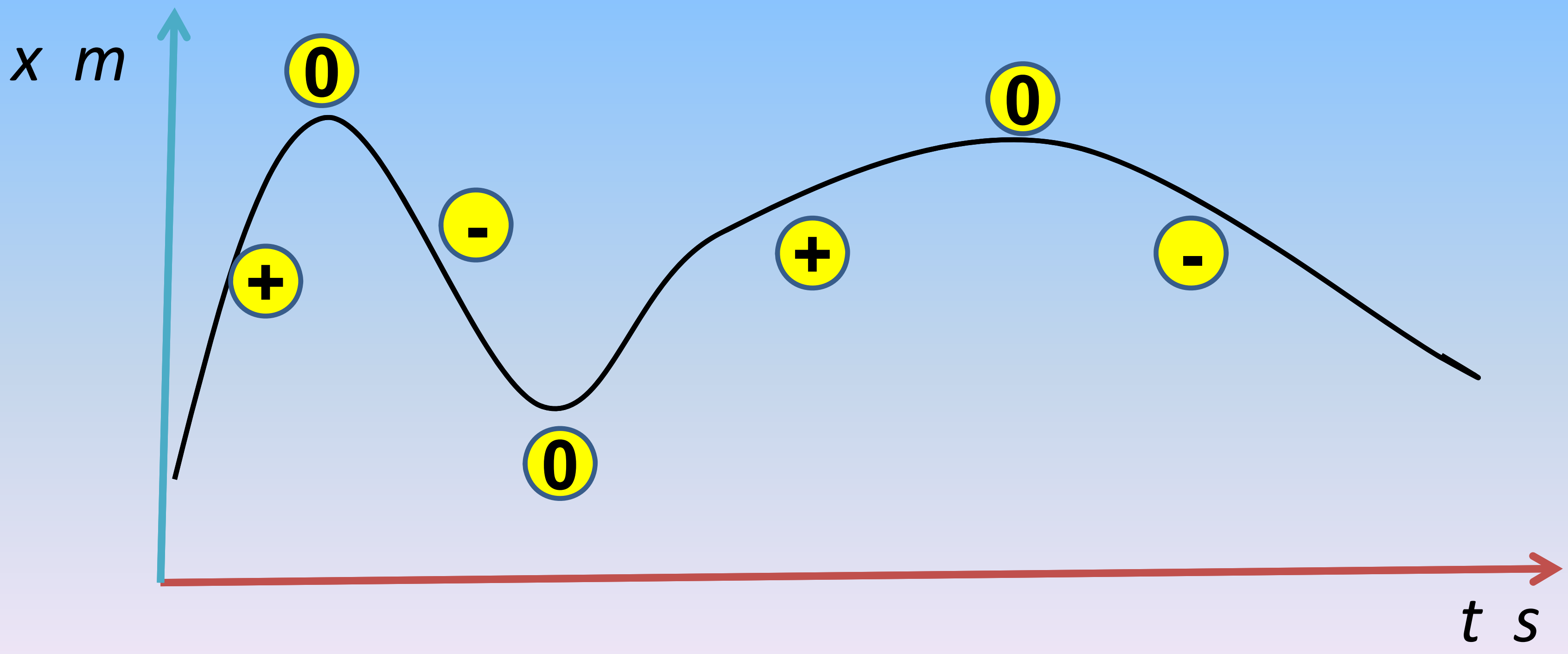
- خلصنا من المحاضرة السابقة إلى أن قياس متوسط السرعة المتجهة أو القياسية غير مفيد في كثير من الأحيان بسبب عدم دقة النتائج، خاصة عندما تكون الحركة متغيرة اتجاها ومقدارا.
- وعليه فسوف نقوم باشتقاق علاقات للحركة اللحظية (الآنية).
- كما في الشكل (b) 2.3 السابق، كلما اقتربت النقطتان A و B أكثر وأكثر، كلما كانت الإزاحة Δx أقل وأقل. بمعنى آخر كلما قلت قيمة الفترة الزمنية التي يحصل عندها التغير Δt كلما كانت دقة النتيجة أكبر.
- أن هذه العملية تقرب قراءة الميل *Slope* من قراءة المماس للخط المنحني.
- نعبر عن كل هذا بكتابة نهاية *Limit* لكمية الإزاحة مقسومة على الزمن:

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad (2.4)$$

- لاحظ مرة أخرى، عندما تؤول Δt إلى الصفر، فأن Δx كذلك تؤول إلى الصفر والميل يؤول إلى ميل المماس للخط المنحني.

السرعة المتجهة والقياسية اللحظيتان

- إن نتيجة المعادلة (2.4) للسرعة اللحظية قد تكون:
- موجبة: عندما يكون المنحنى صاعدا، اتجاه الحركة إلى اليمين (+ x)
- سالبة: عندما يكون المنحنى هابطا، اتجاه الحركة إلى اليسار (- x)
- صفرا: توقف لحظي للحركة (عند القيم العظمى أو الدنيا للمنحنى)



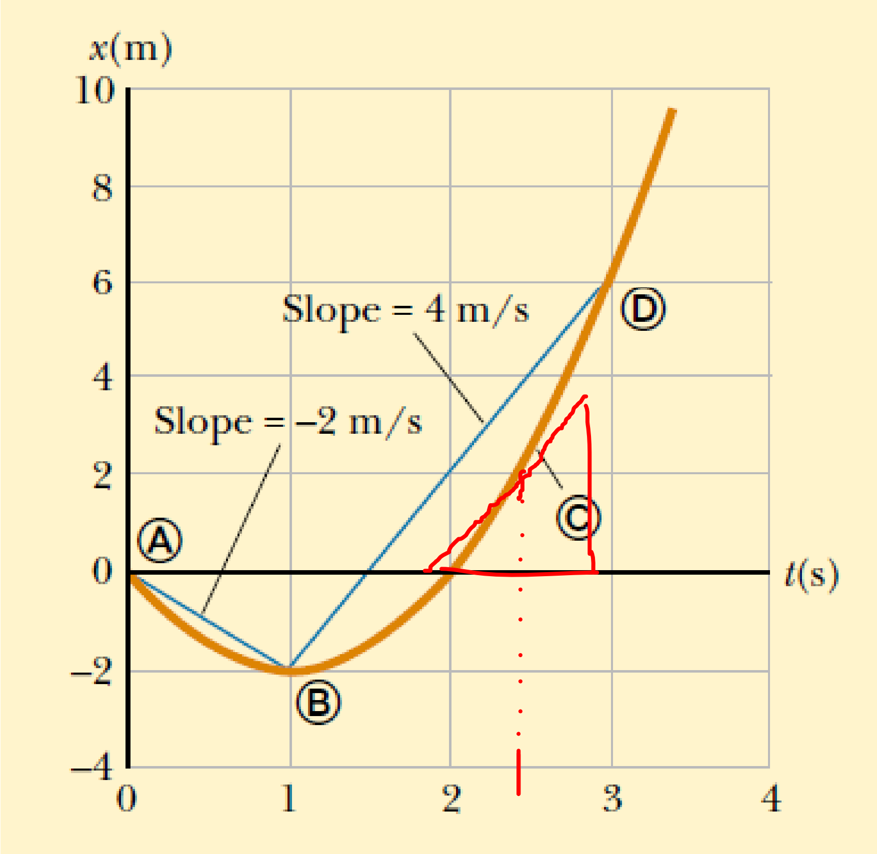
السرعة المتجهة والقياسية اللحظيتان

- بالنسبة للسرعة القياسية اللحظية:
- بما أن السرعة اللحظية (المتجهة) تحصل عند زمن قصير جدا، فمن غير الممكن تغير الاتجاه خلال ذلك الزمن.
- إذن، مقدار هذه السرعة (أي بعد حذف الأشارة الجبرية) هو نفسه السرعة القياسية اللحظية.
- أي أن : $u_x = |v_x|$

- **إذن: السرعتان المتجهة اللحظية والقياسية اللحظية متساويتان مقدارا**

- **من الآن وصاعدا فسوف نستخدم كلمة (سرعة) velocity ونقصد فيها السرعة اللحظية، ما لم يرد خلاف ذلك، وكذلك الحال مع السرعة اللحظية القياسية: السرعة القياسية (نقصد بها اللحظية ما لم يرد خلاف ذلك).**

أمثلة تطبيقية على السرعة اللحظية والسرعة القياسية



- مثال 2.2:
- جسيم يتحرك وفق العلاقة: $x = -4t + 2t^2$ حيث x بالأمتار و t بالثواني. كما هو مبين في الشكل.
- (أ) أوجد الإزاحة للجسيم خلال الفترة الزمنية: t= 0 to t= 1 s وكذلك الفترة الزمنية: t= 1 s to t= 3 s

- الحل:
- نبدأ بالحل من كتابة معادلة الإزاحة:

$$\Delta x_{A\text{-}B} = x_B - x_A$$

إذن نحتاج إلى حساب قيمة x_A عند الزمن 0 s ثم قيمة x_B عند الزمن 1 s

أمثلة تطبيقية على السرعة اللحظية والسرعة القياسية

$$\because \Delta x_{A\to B} = x_f - x_i = x_B - x_A \qquad (1)$$

$$\because x(t) = -4t + 2t^2 \qquad (2)$$

$$\therefore x_A = x(0) = -4(0) + 2(0) = 0m \qquad (3)$$

$$x_B = x(1) = -4(1) + 2(1) = -2m \qquad (4)$$

$$\therefore \Delta x_{A\to B} = x_B - x_A = -2 - 0 = -2m \qquad (5)$$

$$\because \Delta x_{B\to D} = x_f - x_i = x_D - x_B \qquad (6)$$

$$x_D = x(3) = -4(3) + 2(9) = 6m \qquad (7)$$

$$\therefore \Delta x_{B\to D} = x_D - x_B = 6 - (-2) = 8m \qquad (8)$$

- لاحظ من الحل على اليسار أننا قمنا بالتعويض عن قيم الزمن عند كل محطة مطلوبة.
- أي أنه عند كل لحظة زمنية مطلوبة نستخدم المعادلة المعطاة، ومنها نحسب قيم موقع القسم عند كل زمن بالتعويض في المعادلة، ثم نطرح قيمة الموقع الابتدائي من قيمة الموقع النهائي لنحصل على الإزاحة أثناء تلك الفترة الزمنية.
- **لاحظ أن قيم الإزاحات يمكن قراءتها مباشرة من الرسم**

أمثلة تطبيقية على السرعة اللحظية والسرعة القياسية

- مثال 2.2:
- (ب) أحسب متوسط السرعة للجسيم خلال الفترة الزمنية: t= 0 to t= 1 s وكذلك الفترة الزمنية: t= 1 s to t= 3 s

(استخدم نفس النتائج التي حصلت عليها في الفقرة السابقة.

$$\because\ \bar{v}_{x(A\rightarrow B)}=\frac{\Delta x_{A\rightarrow B}}{\Delta t}=\frac{x_f-x_i}{\Delta t}=\frac{x_B-x_A}{\Delta t}$$

$$=\frac{-2\,m}{1\,s}=-2\,m/s \qquad (9)$$

$$\because\ \bar{v}_{x(B\rightarrow D)}=\frac{\Delta x_{B\rightarrow D}}{\Delta t}=\frac{x_f-x_i}{\Delta t}=\frac{x_D-x_B}{\Delta t}$$

$$=\frac{8\,m}{2\,s}=+4\,m/s \qquad (10)$$

- في الحل المبين على اليسار قمنا أولا بكتابة المعادلة المستخدمة ثم بدأنا بالتعويض عن المطلوب.
- في (9) لأن الجسم يتحرك بالاتجاه السالب صارت السرعة سالبة.
- إذن متوسط السرعة متغير بحسب المرحلة المطلوبة.

أمثلة تطبيقية على السرعة اللحظية والسرعة القياسية

- مثال :2.2
- (ج) أحسب السرعة اللحظية للجسيم عند اللحظة الزمنية t = 2.5 s .

- أولا: كتبنا معادلة الموقع كدالة في الزمن
- ثم استخدمنا المعادلة الصحيحة للسرعة اللحظية، وقمنا بالاشتقاق نسبة للزمن
- ثم عوضنا بالزمن المعطى، وحصلنا على النتيجة.
- ملحوظة: حاول حساب هذه السرعة مباشرة من الرسم البياني السابق

$$\because\ x = -4t + 2t^2$$

$$or\quad x(t) = -4t + 2t^2$$

$$\because\ v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \boxed{-4 + 4t}$$

$$\therefore\ v_x(2.5) = -4 + 4(2.5)$$

$$= -4 + 10 = 6\, m/s$$

ملاحظة مهمة: هل تذكر كم قيمة السرعة اللحظية عند القيم العظمي والدنيا للمنحنيات؟ احسب السرعة اللحظية عند النقطة *B* في الشكل السابق باستخدام نفس الطريقة في فقرة (ج) أعلاه وتأكد أن السرعة فعلا تساوي 0.

Acceleration التسارع

- ربما عرفنا من كل ما سبق أن التغير في موقع الجسم خلال فترة زمنية معينة يقود إلى وجود حركة للجسم (سرعة)
- فماذا عن التغير في السرعة نفسها؟ أي ماذا نقول عن وصف حركة جسم يتحرك بسرعة متغيرة مع الزمن؟
- إن هذا يقودنا لإدخال كمية جديدة نسميها: التسارع Acceleration .
- سوف نستخدم مقارنة بسيطة كما في الجدول:

تغير في الموقع Δx	التغير في الزمن Δt	تغير في السرعة Δv
$\Delta x = x_f - x_i$		$\Delta v = v_f - v_i$
$\bar{v}_x = \Delta x/\Delta t$	*Average* متوسط	$\bar{a}_x = \Delta v/\Delta t$
$v_x = dx/dt$	*Instantaneous* لحظي	$a_x = dv/dt$

التسارع Acceleration

- إذن يمكننا كتابة معادلة **متوسط التسارع** كما يلي:

$$\bar{a}_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i} \qquad (2.5)$$

- وكما في السرعة، فالتسارع أيضا يحظى بثلاثة احتمالات تتعلق بالإشارة:
- **تسارع موجب**: السرعة تتزايد في اتجاه +x (تسارع: *Acceleration*)
- **تسارع سالب**: السرعة تتناقص (تباطؤ *Deceleration*)
- **تسارع يساوي الصفر**: السرعة ثابتة مع الزمن *Constant velocity*

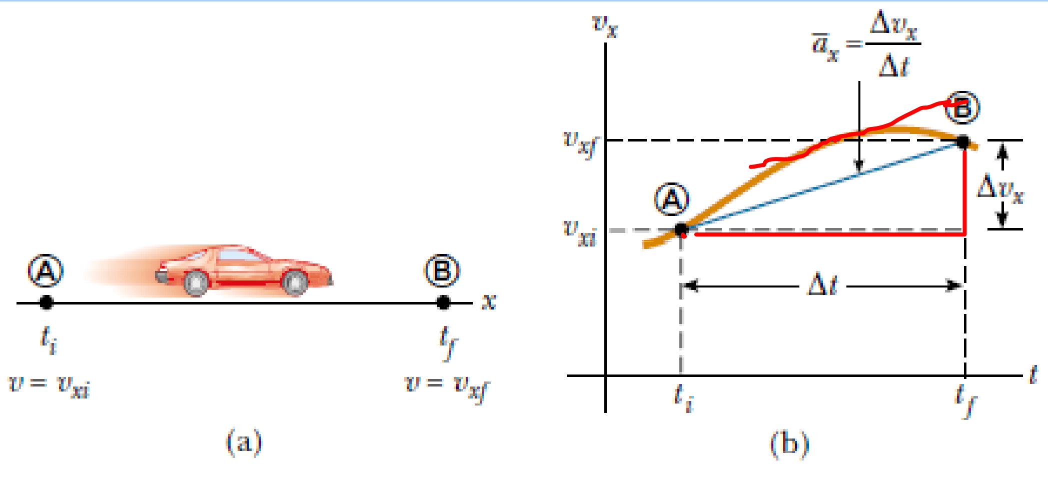
- كما في السرعة ومتوسط السرعة، فأن التسارع ليس ثابتا بل يتغير زيادة ونقصانا خلال الحركة، ولنفس المبررات السابقة فأننا نحتاج إلى حساب التسارع اللحظي.

التسارع Acceleration

• بنفس طريقة حساب السرعة اللحظية، فأننا نتصور أن الفترة الزمنية Δt تقترب من الصفر وبالتالي:

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad (2.6)$$

• إذن عندما نعطى معادلة للموقع مقابل الزمن (كما في المثال السابق 2.2) فأننا نقوم بالاشتقاق أولا لحساب السرعة ثم نشتق مرة ثانية لحساب التسارع.



• في الشكل: ميل المنحنى للفترة من A إلى B يعطي متوسط التسارع، في حين أن ميل مماس المنحنى في اية لحظة زمنية يعطي التسارع

Acceleration التسارع

- لاحظ أننا يمكن أن نكتب المعادلة 2.6 أعلاه بطريقة ثانية. فحيث أن v_x نفسها مشتقة للموقع بالنسبة للزمن فأن:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2.7)$$

- كويز: في المثال 2.2 فقرة (ج): احسب التسارع عند نفس الزمن 2.5 s؟

$$\because \; x = -4t + 2t^2$$

$$or \quad x(t) = -4t + 2t^2$$

$$\because \; v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \boxed{-4 + 4t}$$

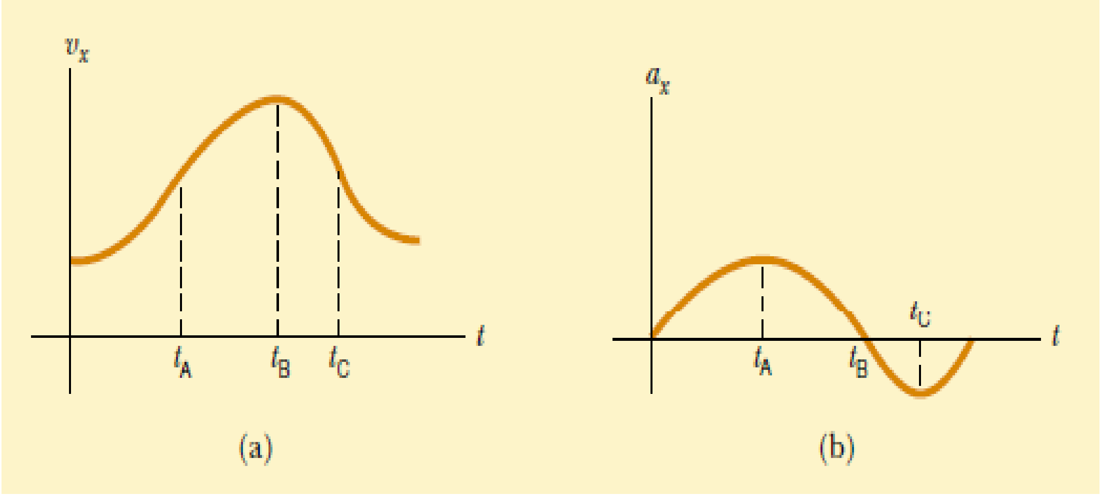
$$\because \; a_x(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = 0 + 4$$

$$\Rightarrow \; a_x(2.5\,s) = 4\,m/s^2$$

- الحل: تم توضيح الحل علي اليسار.

1. قمنا بالاشتقاق وحصلنا على السرعة كدالة في الزمن،
2. ثم قمنا باشتقاق المعادلة الناتجة مرة ثانية، فحصلنا على التسارع كدالة في الزمن،
3. ثم قمنا بالتعويض عند الفترة المطلوبة.
4. لاحظ أن التسارع الناتج ثابت = $4\ m/s^2$ لأنه ليس دالة في الزمن.

Acceleration التسارع



- يمكننا أيجاد قيم التسارع اللحظي باستخدام الشكل v_x-t من قراءة الميل.

لاحظ الأزمنة المعطاة في (a) وما يقابلها من قيم التسارع في (b) .

ملاحظات:

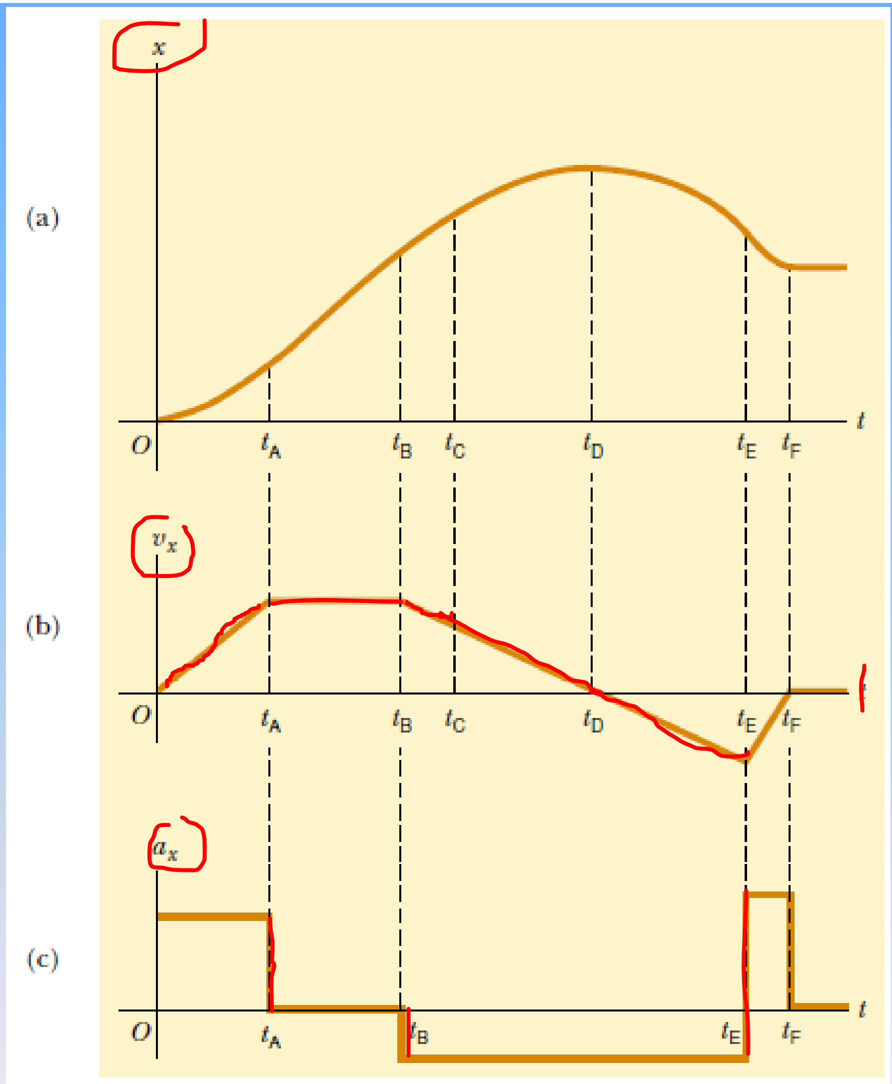
1. كانت قيمة التسارع $a_x = 0$ عند بداية الحركة وكذلك عندما كانت $v_x = max$
2. التسارع يتزايد حتى النقطة t_A ثم يبدأ بالتناقص بسبب انحراف الميل إلى اليمين.
3. مقدار التسارع يتناقص ابتداء من نقطة t_A حتى الوصول إلى لصفر عند t_B. ($v_x = max$)
4. لاحظ أن التسارع موجب ابتداء من أول الحركة وحتى t_A ثم يصبح سالبا حتى الوصول إلى نقطة t_C ثم يعكس إشارته ويصبح موجبا.
5. من المهم أن نعلم أن التسارع السالب يؤدي إلى تباطؤ أولا ثم حركة بالاتجاه السالب أخيرا.

مفهوم أشارة التسارع + أم - ؟

- كويز سريع: كم قيمة تسارع الجاذبية الأرضية في الحالات التالية:
  1. عندما يكون الجسم في حالة صعود (مقذوف إلى أعلى)
  2. عندما يتوقف الجسم في أعلى نقطة يصل إليها؟
  3. عندما يبدأ الجسم بالعودة باتجاه الأرض؟

- الحل: دائما $g = -9.8\ m/s^2$.

مثال توضيح للمفاهيم الأساسية لعلاقات الموقع، السرعة والتسارع



- بحسب الشكل المبين نلاحظ الجزء (a) يوضح تغير الموقع مقابل الزمن.
- الجزء (b) يبين تغير السرعة مقابل الزمن
- الجزء (c) يوضح تغير التسارع مقابل الزمن لنفس الجسم.
- سؤال: لماذا تبدو قيم التسارع مختلفة عند: t_A و t_B و t_E و t_F؟