قسم الرياضيات. جامعة الملك سعود- كلية العلوم	الإمتحان الفصلي الثاني ٢٠٩ ريض الفصل الثاني ١٤٣٩/١٤٣٨ هـ،	يوم الخميس ١٤٣٩/٧/١٩ هـ الزمن : ساعة ونصف.

السؤال الأول (٩) : أ) أوجد متسلسلة القوى في x للدالة : $f(x)=\dfrac{1}{2-x}$ ثم استنتج متسلسلة القوى في x للدالة : $g(x)=\dfrac{2x}{(2-x)^2}$ وماهي فترة تقاربها؟.

ب) أوجد الحدود الأربعة الأولى لمتسلسة تايلور للدالة : $f(x)=\ln(x+1)$ ،حيث $c=2$.

السؤال الثاني (٩) : أ) باستخدام المتسلسة $\cos u=\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n\dfrac{u^{2n}}{(2n)!}$ لكل $u\in\mathbb{R}$ احسب القيمة التقريبية للتكامل : $\int\limits_0^1\cos(x^2)dx$ وذلك بمكاملة الحدود الثلاثة الأولى في المتسلسة .

ب) أوجد متسلسة فورييه cosine للدالة $f(x)=1-x$ على الفترة $[0,3]$

ثم استنتج عند $x=3$ صحة العلاقة التالية : $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(2n-1)^2}=\dfrac{\pi^2}{8}$.

السؤال الثالث(٧): أوجد متسلسلة فورييه للدالة : $f(x)=\begin{cases}0, -1<x\le 0\\ 2, 0<x<1\end{cases}$ ، حيث $f(x+2)=f(x)$ لكل $x\in\mathbb{R}$ ثم استنتج عند $x=\dfrac{1}{2}$ صحة العلاقة التالية :

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)}=\dfrac{\pi}{4}$ (مع العلم أن $\sin(\dfrac{2n-1}{2}\pi)=(-1)^{n-1}$).

جامعة الملك سعود- كلية العلوم قسم الرياضيات.	الامتحان الفصلي الأول ٢٠٩ ريض الفصل الثاني ١٤٣٩/١٤٤٠ هـ.	يوم الخميس ١٤٤٠/٦/١٦ هـ الزمن : ساعة ونصف.

السؤال الأول (8): اختبر تقارب أو تباعد المتتاليات التالية :

$$\left\{(-1)^n\frac{-n+2}{3n-4}\right\}_{n=1}^{\infty} \text{ ، } \left\{\frac{Sin(3n)+3}{3^n}\right\}_{n=1}^{\infty} \text{ ، } \left\{(1+n)^{\frac{1}{2n}}\right\}_{n=1}^{\infty} \text{ ، }$$

$$\left\{\frac{n^2+n+2}{ln(2n+1)}\right\}_{n=1}^{\infty}.$$

السؤال الثاني (5) : أ) أوجد الثابتين A ، B بحيث تكون العلاقة التالية محققة :

$$\frac{1}{(n+1)(n+2)}=\frac{A}{n+1}+\frac{B}{n+2}.$$

ب) برهن أن المتسلسلة التالية : $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$ متقاربة و ما هو مجموعها؟ (استفد من الفقرة أ)).

ج) برهن أن المتسلسلة التالية متباعدة : $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{\sqrt{n}+n}+\frac{3}{4^n}\right)$.

السؤال الثالث (9): بين فيما إذا كانت المتسلسلات التالية متقاربة ، متباعدة ، متقاربة شرطيا" ، أو متقاربة مطلقا" .

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n+1}{2n^2+3} \text{ ، } \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{tan^{-1}(n)}{n^3+2} \text{ ، } \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{n}+2}{n+2} \text{ ، }$$

$$\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{n+1}{lnn}\right)^n$$

السؤال الرابع (3): أوجد فترة ونصف قطر التقارب لمتسلسلة القوى التالية :

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^n}{(n+2)3^n}.$$

جامعة الملك سعود- كلية العلوم قسم الرياضيات	الامتحان النهائي للمقرر (2٠٩) ريض الفصل الأول ١٤٣٩/١٤٣٨ هـ	يوم الاثنين /١٤٣٩/٤ هـ الزمن : ثلاث ساعات .

<u>السؤال الأول (٥):</u> <u>أ)</u> اختبر تقارب أو تباعد المتتاليات التالية :

$$\left\{\frac{(-1)^n}{(n+1)^2}\right\} \ , \ \left\{\sqrt{n}-\sqrt{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \ , \ \left\{(n+2)\sin(\frac{3}{n})\right\}_{n=1}^{\infty}$$

ب) برهن أن المتسلسلة التالية $\sum_{n=1}^{\infty}\ln(\frac{n+1}{n})$ متباعدة.

<u>السؤال الثاني (٨):</u> <u>أ)</u> اختبر تقارب أو تباعد المتسلسلات التالية :

$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2}{n^3+2} \ , \ \sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sqrt{n}+1}{n^2-1} \ , \ \sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{2n}-\frac{1}{3n}) \ , \ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{5^n}$$

ب) برهن أن $f(x)=\frac{e^x-1}{x}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{(n+1)!}$ ، حيث $x\neq 0$ ثم استنتج متسلسلة القوى في x للدالة $f'(x)$ لكل $x\neq 0$ ، استنتج أيضا" صحة العلاقة التالية :

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(n+1)!}=1 .$$

<u>السؤال الثالث (٦):</u> <u>أ)</u> برهن أن : $\tan^{-1}(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{2n+1}$ وما هي فترة تقاربها ؟.

ب) أوجد متسلسلة فوربيه cosine للدالة : $f(x)=\pi-x$ على الفترة $0<x<\pi$.

السؤال الرابع (٦) : أ) أوجد تكامل فورييه للدالة : $f(x)=\begin{cases}-2\ ,\ -1\le x<0\\ 3\ ,\ 0\le x\le 1\\ 0\ ,\ |x|>1\end{cases}$. احسب

قيمة تكامل فورييه عند $x=0$.

ب) برهن أن الدالة التالية : $f(x,y)=\cos(\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{3}y^3)$ تحقق المعادلة

التالية : $y^2\frac{\partial f}{\partial x}+x\frac{\partial f}{\partial y}=0$

السؤال الخامس (١٥) : أ) أوجد حل المسألة التفاضلية التالية :

$$\begin{cases}(x+y\,e^{\frac{y}{x}})dx-x\,e^{\frac{y}{x}}\,dy=0\\ y(1)=0\end{cases}$$

، حيث $x>0$.

ب) برهن أن المعادلة التفاضلية التالية : $(xy^2+y-x)dx+(x^2y+x)dy=0$

تامة ثم أوجد حلها.

ج) أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الخطية التالية :

$$(1+x)^2\frac{dy}{dx}+(3xy+3y-4)=0$$

، حيث $x>-1$.

جامعة الملك سعود- كلية العلوم قسم الرياضيات.	الإمتحان الفصلي الأول 209 ريض الفصل الثاني 1439/1438 هـ,	يوم الخميس 1439/6/20 هـ الزمن : ساعة ونصف.

السؤال الأول (8) : أ) اختبر تقارب أو تباعد المتتاليات التالية :

$$\left\{(-1)^n \frac{3n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \quad ، \quad \left\{\frac{e^{2n}}{\ln(n+1)}\right\}_{n=1}^{\infty} \quad ، \quad \left\{\frac{n\cos(n)+1}{n^2+2}\right\}_{n=1}^{\infty}$$

$$\left\{(-1)^n \frac{n^2}{n^3+3}\right\}_{n=1}^{\infty}$$

ب) برهن أن المتسلسة التالية متقاربة وما هو مجموعها؟ .

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{2}{n(n+1)}-\left(\frac{-1}{3}\right)^n\right].$$

السؤال الثاني (8) : اختبر تقارب أو تباعد المتسلسلات التالية :

$$\sum_{n=1}^{\infty}\ln\left(\frac{2}{2n+3}\right) \quad ، \quad \sum_{n=1}^{\infty}\sin\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad ، \quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\ln n)^2} \quad ، \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2(n+1)}{n\sqrt{n}}.$$

السؤال الثالث (9) : أ) اختبر التقارب المطلق والتقارب المشروط لكل من المتسلسلتين التاليتين :

$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{\sqrt{n}}{n+1} \quad ، \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2^n}{n\,3^n}.$$

ب) أوجد فترة ونصف قطر التقارب لمتسلسلة القوى التالية :

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{3^n}{\sqrt{n+1}}(x-1)^n.$$

جامعة الملك سعود	الإ متحان النهائي للمقرر (209) ريض	الأحد 1433/7/13 هـ
كلية العلوم	قسم الرياضيات ــالفصل الثاني -1433/1432هـ	الزمن : ثلاث ساعات

السؤال الأول : أ) اختبر تقارب أو تباعد المتتاليات التالية :

$$\left\{\frac{n}{2n+1}+(-1)^n\right\}_{n=1}^{\infty} \quad . \quad \left\{(n+1)\sin(\frac{2}{n})\right\}_{n=1}^{\infty} \ .$$

ب) اختبر تقارب أو تباعد المتسلسلات التالية وحدد نوعية التقارب :

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{4^n}{n!} \ , \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n}{n^2+1} \ , \quad \sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{3^n}+\frac{1}{3n}) \ .$$

السؤال الثاني : أ) أوجد فترة تقارب المتسلسلة التالية وما هو نصف فترة التقارب :

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{n}}(x-5)^n \ .$$

ب) أوجد متسلسلة القوى في x للدالة : $f(x)=\frac{1}{x-2}$ وما هي فترة تقاربها ثم استنتج

متسلسلة القوى في x للدالة : $f(x)=\frac{1}{(x-2)^2}$.

ج) أوجد فقط الحدود الأربعة لمتسلسلة تايلور للدالة : $f(x)=\sin x$ عند النقطة $x=\frac{\pi}{2}$.

السؤال الثالث : أ) إذا كانت $f(x)=\begin{cases}0 \ ; & -\pi<x<0\\ \pi-x \ ; & 0\le x<\pi\end{cases}$. ارسم الدالة على الفترة $(-\pi,\pi)$ ثم أوجد

متسلسلة فورييه للدالة f على $(-\pi,\pi)$. استنتج أيضا" أن متسلسلة فورييه عند $x=0$ هي :

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^2}=\frac{\pi}{8} \ .$$

ب) أوجد تكامل فورييه للدالة : $f(x)=\begin{cases}2 \ ; |x|<1\\ 0 \ ; |x|\ge 1\end{cases}$ ثم استنتج أن :

$$\int_0^{\infty}\frac{\sin(\alpha)}{\alpha}d\alpha=\frac{\pi}{2} \ .$$

السؤالرابع: أ) برهن أن $\mu(x,y)=xy$ هو عامل تكميل للمعادلة التفاضلية التالية :

$(-xy\sin x+2y\cos x)dx+2x\cos x dy=0$ ثم أوجد حلها .

ب) اكتب المعادلة التفاضلية التالية على شكل معادلة تفاضلية خطية ثم أوجد حلها :

$(y-x+xy\cot x)dx+xdy=0$. حيث $0<x<\pi$.

السؤالخامس: أ) أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية : $\frac{dy}{dx}=1+e^{y-x+5}$ (افرض $u=y-x+5$).

ب) د) جسم معدني تم أخذه من مستودع درجة حرارته 20 درجة منوية ثم وُضِعَ داخل فرن درجة حرارته 100 درجة مئوية . بعد دقيقة واحدة أصبحت حرارة الجسم 60 درجة مئوية . كم تصبح درجة حرارته بعد مرور دقيقتين ؟

مع تمنياتي للجميع التوفيق والنجاح .

مدرس المقرر أ.د.مصطفى خليل دملخي .